**Тема: Простейшие тригонометрические уравнения.**

***Цель работы:***

* Формировать умения решать простейшие тригонометрические уравнения.

**Обеспечение практической работы:** методические указания для практической работы, средства вычислительной техники.

**Порядок выполнения работы:**

1. Записать в тетрадь тему и цели работы.
2. Законспектировать теоретический материал по теме работы.
3. Ознакомиться с методикой решения задач и записать в тетрадь.
4. Решить задачи самостоятельно 1-3 вариант четные по списку в журнале, 4-6 нечетные. Неаттестованные и те, кого не было на последней паре дополнительно выполняют 7-9 вариант .
5. Ответить на контрольные вопросы.

РАБОТУ НАПРОВЕРКУ СДАЕТЕ НА СЛЕДУЮЩЕЙ ПАРЕ!

***Сведения из теории:***

*Уравнение cost=a*

Очевидно, что если |*а*|>1, то уравнение *cost*=*a* не имеет решений, т.к. |*cost*|≤1 для любого *t*.

Пусть |*а*|≤1. Надо найти все такие числа *t*, что *cost*=*a*. На отрезке [0; π] существует только одно решение уравнения *cost*=*a* – это число *arсcos a*.

Косинус – четная функция, и, значит на отрезке [-π; 0] уравнение также имеет единственное решение – это число –*arсcosa*.

Итак, уравнение *cost*=*a* на отрезке [-π; π] длиной 2π имеет два решения *t*=±*arсcosa* (совпадающие при *а*=1).

Вследствие периодичности функции косинус все остальные решения отличаются от найденных на 2π*n*, (*n*Є***Z***), т.е. формула корней уравнения *cost*=*a* имеет вид:

*t*=±*arсcos a*+2π*n*, (*n* Є ***Z***).

***Пример 1.***

Решите уравнение: *cost*=1/2.

Решение:

по формуле *t*=±*arсcos*(1/2)+2π*n*, (*n* Є ***Z***).

Поскольку *arсcos*(1/2)=π/3 приходим к ответу *t*=± π/3+2π*n*, (*n* Є ***Z***).

***Пример 2.***

Решите уравнение: *cost*=-0,2756.

Решение:

по формуле *t*=±*arсcos*(-0,2756)+2π*n*, (*n* Є ***Z***).

Значение *arсcos*(-0,2756) находим с помощью калькулятора или по таблице В.М. Брадиса, оно примерно равно 1,85.

Итак, приходим к ответу *t*=±1,85+2π*n*, (*n* Є ***Z***).

***Пример 3.***

Решите уравнение: *cos* (2*х*-π/4)=1/2.

Решение:

по формуле

2*х*-π/4=±*arсcos*(1/2)+2π*n*, (*n* Є ***Z***).

Поскольку *arсcos*(1/2)=π/3 получаем

2*х*-π/4=± π/3+2π*n*, (*n* Є ***Z***)

2*х*=π/4± π/3+2π*n*, (*n* Є ***Z***).

Разделив обе части уравнения на 2 получим ответ: *х*=π/8±π/6+π*n*, (*n*Є***Z***).

*Уравнение sint=a*

Очевидно, что если |*а*|>1, то уравнение *sint*=*a* не имеет решений, т.к. |*sint*|≤1 для любого *t*.

При |*а*|≤1 на отрезке [-π/2; π/2] уравнение *sint*=*a* имеет одно решение *t*1=*arcsina*. На отрезке [π/2; 3π/2] функция синус убывает и принимает все значения от -1 до 1. По теореме о корне уравнение и на этом отрезке имеет одно решение.

Это решение есть число *t*2=π-*arcsina*, т.к. *sint*2=*sin* (π-*t*1)=*sint*1=*а*.

Кроме того, поскольку -π/2≤*t*1≤π/2,

имеем -π/2≤-*t*1≤π/2

и π-π/2≤π-*t*1≤π+π/2,

т.е. π/2≤*t*2≤3π/2, *t*2Є[π/2; 3π/2].

Итак, уравнение *sint*=*a* на отрезке [π/2; 3π/2] имеет два решения *t*1=*arcsina* и *t*2=π-*arcsina*( совпадающие при *а*=1). Учитывая, что период синуса равен 2π, получаем формулу для решения уравнения *sint*=*a*:

*t*=(-1)*karcsina*+π*k*, *k*Є***Z***.

***Пример 4.***

Решите уравнение: *sint*=.

Решение:

по формуле *t*=(-1)*karсsin*()+π*k*, (*k* Є ***Z***).

Поскольку *arсsin*()=π/4 приходим к ответу *t*=(-1)*k* π/4+π*k*, (*k* Є ***Z***).

***Пример 5.***

Решите уравнение: *sint*=0,3714.

Решение:

по формуле *t*=(-1)*karсsin*(0,3714)+π*k*, (*k* Є ***Z***).

Значение *arсsin*(0,3714) находим с помощью калькулятора или по таблице В.М. Брадиса, оно примерно равно 0,3805.

Итак, приходим *t*= (-1)*k*0,3805+π*k*, (*k* Є ***Z***).

***Пример 6.***

Решите уравнение: *sin*=.

Решение:

функция синус нечетная, поэтому *sin*=-*sin*=-.

Тогда по формуле: =(-1)*karсsin*+π*k*, (*k* Є ***Z***).

Т.к. *arсsin*=, имеем

=(-1)*k*()+π*k*, (*k* Є ***Z***)

или

, (*k* Є ***Z***).

Умножив обе части уравнения на 2, получим ответ:

, (*k* Є ***Z***).

*Уравнение tgx=a*

При любом*а* на интервале (-π/2; π/2) существует одно число *t* , что *tgt*=*a*, – это *arctga*. Поэтому уравнение *tgx=a* имеет на интервале (-π/2; π/2) длиной π единственный корень.

Функция тангенс имеет период π. Следовательно, остальные корни уравнения *tgt*=*a* отличаются от найденного на π*n*, (*n* Є ***Z***), т.е.

*t*=*arctga*+π*n*, (*n* Є ***Z***).

***Пример 7.***

Решите уравнение: *tgt*=.

Решение:

по формуле *t*=*arсtg*()+π*n*, (*n* Є ***Z***).

Поскольку *arсtg*()= приходим к ответу *t*=+π*n*, (*n* Є ***Z***).

***Пример 8.***

Решите уравнение: *tgt*=5,177.

Решение:

по формуле *t*=*arсtg*(5,177)+π*n*, (*n* Є ***Z***).

Значение *arсtg*(5,177) находим с помощью калькулятора или по таблице В.М. Брадиса, оно примерно равно 1,38.

Итак, приходим *t*=1,38+π*n*, (*n* Є ***Z***).

*Сводная таблица решения простейших тригонометрических уравнений*

|  |  |
| --- | --- |
| Уравнение | Решение |
|
| sin*x*=*a* |  |
| cos*x*=*a* |  |
| tg*x*=*a* |  |
| ctg*x*=*a* |  |

*Частные случаи решения простейших тригонометрических уравнений*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Уравнение | Частные случаи | | |
| *а*=-1 | *а*=0 | *а*=1 |
| sin*x*=*a* |  |  |  |
| cos*x*=*a* |  |  |  |
| tg*x*=*a* |  |  |  |
| ctg*x*=*a* |  |  |  |

***Задания для самостоятельного решения:***

Решите уравнения:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1 вариант**  1) ;  2) ;  3) . | **2 вариант**  1) ;  2) ;  3) . | **3 вариант**  1) ;  2) ;  3) . |
| **4 вариант**  1) ;  2) ;  3) . | **5 вариант**  1) ;  2) ;  3) . | **6 вариант**  1) ;  2) ;  3) . |
| **7 вариант**  1) ;  2) ;  3) . | **8 вариант**  1) ;  2) ;  3) . | **9 вариант**  1) ;  2) ;  3) . |

***Контрольные вопросы:***

1. Перечислите формулы для решения простейших тригонометрических уравнений в общем виде.

Перечислите формулы частных случаев решения простейших тригонометрических