

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
«Троицкий технологический техникум»

**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель ЦМК

Сабирова О.В.

«24» мая 2024 г.

**Комплект  
оценочных средств по учебной дисциплине  
ЕН.01 Математика**

Основной профессиональной образовательной программы (ОПОП)  
по специальности СПО

**08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений**

Разработчик:

О.В. Орлова, преподаватель

математики, высшей

квалификационной категории

ГБПОУ «ТТТ»

Троицк, 2024 год

## Содержание

1. Паспорт комплекта оценочных средств.....	
1.1. Область применения комплекта контрольно-оценочных средств.....	
1.2. Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины.....	
1.2.1. Формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине.....	
1.2.2. Организация текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения учебной дисциплины.....	
2. Задания для контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины.....	
2.1. Задания для текущего контроля.....	
2.2. Задания для промежуточной аттестации.....	
3. Рекомендуемая литература и иные источники.....	

## 1. Паспорт комплекта оценочных средств

### 1.1. Область применения комплекта оценочных средств

Комплект оценочных средств предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины ЕН.01 Математика (далее - УД) основной профессиональной образовательной программы (далее - ОПОП) по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений.

#### Комплект оценочных средств позволяет оценивать:

1. Формирование элементов общих компетенций (ОК) и элементов профессиональных компетенций (ПК):

Общие и профессиональные компетенции	Показатели оценки результата	Средства проверки
1	2	3
ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.	Распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте; анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части; определять этапы решения задачи; выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы; составлять план действия; определять необходимые ресурсы; владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах; реализовывать составленный план; оценивать результат и последствия своих	Тестирование, математические диктанты, самостоятельные работы, практические работы.

	<p>действий (самостоятельно или с помощью наставника).</p> <p>Определять актуальный профессиональный и социальный контекст, в котором приходится работать и жить;</p> <p>основные источники информации и ресурсы для решения задач и проблем в профессиональном и/или социальном контексте.</p>	
<p>ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.</p>	<p>Определять задачи для поиска информации;</p> <p>определять необходимые источники информации;</p> <p>планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;</p> <p>выделять наиболее значимое в перечне информации;</p> <p>оценивать практическую значимость результатов поиска;</p> <p>оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач;</p> <p>Определять номенклатуру информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности;</p> <p>приемы структурирования информации;</p> <p>обосновывать формат оформления результатов поиска информации, современные средства и</p>	<p>Тестирование, математические диктанты, самостоятельные работы практические работы.</p>

	устройства информатизации;	
ПК 1.2 Выполнять расчеты и конструирование строительных конструкций.	определять глубину заложения фундамента;	Тестирование, практические работы.
ПК 2.3 Проводить оперативный учет объемов выполняемых работ и расходов материальных ресурсов.	определять объемы выполняемых строительно-монтажных, в том числе и отделочных работ;	Тестирование, практические работы.

## 2. Оценка умений и усвоение знаний

Освоенные умения, усвоенные знания	Показатели результата	№№ заданий для проверки
1	2	3
<b>Умения:</b>		
- выполнять необходимые измерения и связанные с ними расчеты;	Применять таблицу производных и интегралов, их свойства для дифференцирования и интегрирования функций; исследовать реальные процессы с помощью производной.	Тестирование, математические диктанты, самостоятельные работы,
- вычислять площади и объемы деталей строительных конструкций, объемы земляных работ;	Рассчитывать площади и объемы строительных конструкций, объемы земляных работ с использованием определённого интеграла.	практические работы
- применять математические методы для решения профессиональных задач.	Применять вероятностный метод для описания реальных процессов.	.
<b>Знания:</b>		
- основные понятия о математическом синтезе и анализе, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;	Демонстрировать определения понятий, владение методами математического анализа и синтеза, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики.	Тестирование, математические диктанты, самостоятельные работы,
- основные формулы для вычисления площадей фигур и объемов тел, используемых в строительстве;	Строить математическую модель профессиональной задачи и выбирать оптимальный метод решения; описывать основные методы вычисления площадей и объемов.	практические работы

## 1.2 Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины

### 1.2.1. Формы промежуточной аттестации по УД

Учебная дисциплина	Формы промежуточной аттестации
1	2
ЕН.01 Математика	Дифференцированный зачет

1.2.2. Организация текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения программы учебной дисциплины ЕН.01 Математика.

Текущий контроль проводится во время аудиторных занятий по математике в соответствии с учебным планом и рабочей программы ЕН.01 Математика. Результаты обучения определяют, что обучающиеся должны знать, понимать и демонстрировать по завершении изучения дисциплины.

Для формирования, контроля и оценки результатов освоения учебной дисциплины используется система оценочных мероприятий, представляющая собой комплекс учебных мероприятий, согласованных с результатами обучения и сформулированных с учетом ФГОС СОО и ФГОС СПО.

## 2. Задания для контроля и оценки результатов освоения умений и знаний.

### 2.1 Задания для текущего контроля.

#### Раздел 1. Элементы аналитической геометрии

##### Самостоятельная работа №1

1. Найти периметр треугольника  $\triangle ABC$ .
2. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ .
3. Найти длину медианы  $|\vec{AM}|$ .

Вариант	Координаты вершин треугольника ABC
1	A(2;3;1) B(4;-1;0) C(-2;-2;0)
2	A(3;2;0) B(3;-3;1) C(-2;-1;0)
3	A(3;4;1) B(1;-1;1) C(-4;4;1)

4	A(2;4;0) B(4;-3;0) C(-2;-4;1)
---	-------------------------------

*Эталон ответа:*

Вариант 1

1.  $P = \sqrt{21} + \sqrt{37} + \sqrt{42}$
2. -8
3.  $\sqrt{22,25}$

Вариант 2

1.  $P = \sqrt{26} + \sqrt{30} + \sqrt{34}$
2. -11
3.  $\sqrt{22,5}$

Вариант 3

1.  $P = \sqrt{29} + 5\sqrt{2} + 7$
2. -15
3.  $\sqrt{26,5}$

Вариант 4

1.  $P = \sqrt{53} + \sqrt{38} + 9$
2. -5
3.  $\sqrt{57,5}$

## **Самостоятельная работа №2**

Задача 1

Найти угол между прямыми  $2x - 3y + 5 = 0$  ;  $x + 2y + 2 = 0$

Задача 2

Найти точки пересечения прямых

$$2x + 3y - 13 = 0 \quad \text{и} \quad 3x + 2y - 12 = 0$$

Задача 3

Докажите, что прямые

$$6x - 15y + 7 = 0 \quad \text{и} \quad 10x + 4y - 1 = 0 \quad \text{перпендикулярны.}$$

Эталон ответа:

1.  $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{7}{4} \approx 60^\circ$
2. (2;3)
3.  $k_1 \cdot k_2 = -1$ , прямые перпендикулярны

## Раздел 2. Вычисление площадей и объёмов

### Тестовое задание №1

1. Объём призмы равен:
  - 1)  $\frac{1}{2} S_{осн} \cdot H$ ;
  - 2)  $S_{осн} \cdot H$ ;
  - 3)  $P_{осн} \cdot H$ ;
  - 4)  $\frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$ ;
2. Площадь боковой поверхности конуса равна:
  - 1)  $2\pi Rl$ ;
  - 2)  $\pi R^2 l$ ;
  - 3)  $\pi R(l + R)$ ;
  - 4)  $\pi Rl$ ;
3. Разверткой боковой поверхности цилиндра является:
  - 1) Круг;
  - 2) Прямоугольник;
  - 3) Параллелограмм;
  - 4) Трапеция;
4. Площадь сферы равна:
  - 1)  $4\pi R^2$ ;
  - 2)  $\pi R^2$ ;
  - 3)  $\frac{4}{3}\pi R^3$ ;
  - 4)  $2\pi R$ ;
5. Осевым сечением прямого кругового конуса является:
  - 1) Прямоугольный треугольник;
  - 2) Равнобедренный треугольник;
  - 3) Круг;
  - 4) Трапеция;
6. Площадь боковой поверхности прямой призмы равна:
  - 1)  $S_{осн} \cdot H$ ;
  - 2)  $\frac{1}{2} P_{осн} \cdot H$ ;
  - 3)  $\frac{1}{2} S_{осн} \cdot H$ ;
  - 4)  $P_{осн} \cdot H$ ;
7. Объём прямоугольного параллелепипеда с измерениями  $a$ ,  $b$ ,  $c$  равен:
  - 1)  $a + b + c$ ;

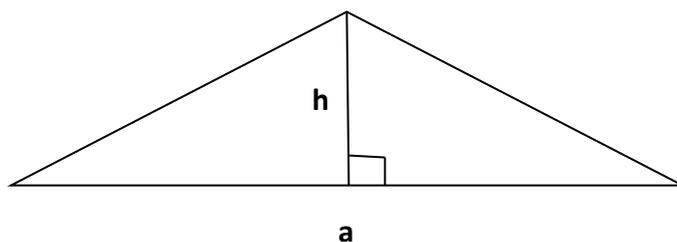
- 2)  $a \cdot b \cdot c$ ;  
 3)  $\frac{1}{2}(a + b + c)$ ;  
 4)  $a^2 + b^2 + c^2$ ;
8. Площадь основания цилиндра радиуса 9 равна:  
 1)  $18\pi$ ;  
 2)  $9\pi$ ;  
 3)  $81\pi$ ;  
 4)  $81$ ;
9. Объем пирамиды равен:  
 1)  $\frac{1}{3}S_{осн} \cdot H$ ;  
 2)  $S_{осн} \cdot H$ ;  
 3)  $S_{осн} + H$ ;  
 4)  $\frac{1}{2}S_{осн} \cdot H$ ;
10. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна:  
 1)  $P_{осн} + H$ ;  
 2)  $P_{осн} \cdot H$ ;  
 3)  $\frac{1}{3}P_{осн} \cdot h_a$ ;  
 4)  $\frac{1}{2}P_{осн} \cdot h_a$ ;
11. Площадь боковой поверхности цилиндра равна:  
 1)  $2\pi RH$ ;  
 2)  $\pi R^2$ ;  
 3)  $\pi RH$ ;  
 4)  $2\pi R + \pi R^2$ ;
12. Объем шара равен:  
 1)  $2\pi R^3$ ;  
 2)  $4\pi R^2$ ;  
 3)  $\pi R^2$ ;  
 4)  $\frac{4}{3}\pi R^3$ ;
13. Разверткой боковой поверхности конуса является:  
 5) Равнобедренный треугольник;  
 6) Прямоугольный треугольник;  
 7) Круговой сектор;  
 8) Круг;
14. Площадь боковой поверхности усеченного конуса равна:  
 1)  $\pi(R + R_1)l$ ;  
 2)  $\pi RR_1l$ ;  
 3)  $2\pi RR_1l$ ;  
 4)  $2\pi R^2 R_1^2 l$ ;
15. Осевым сечением прямого кругового цилиндра является:  
 1) Круг;  
 2) Треугольник;

- 3) Параллелограмм;  
 4) Прямоугольник;  
 16. Объем усеченной пирамиды равен:

- 1)  $\frac{1}{2}H(S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$ ;  
 2)  $\frac{1}{3}H(S + S_1)$ ;  
 3)  $\frac{1}{3}H(S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$ ;  
 4)  $\frac{1}{3}H\sqrt{S \cdot S_1}$ ;

17. Площадь треугольника с высотой  $h$  и основанием  $a$  равна:

- 1)  $ah$ ;  
 2)  $a+h$ ;  
 3)  $a^2h$ ;  
 4)  $ah/2$ ;



18. Объем цилиндра равен:

- 1)  $2\pi R + \pi R^2$ ;  
 2)  $2\pi R$ ;  
 3)  $\pi R^2 H$   
 4)  $2\pi R + \pi R^2$ ;

19. Объем конуса равен:

- 1)  $\pi R^2 H$   
 2)  $\frac{4}{3}\pi R^3$   
 3)  $\frac{1}{3}\pi R^3 H$   
 4)  $\frac{1}{3}\pi R^2 H$ ;

20. Объем усеченного конуса равен:

- 1)  $\frac{1}{3}\pi(R^2 + R_1^2 + R \cdot R_1)$   
 2)  $\frac{1}{3}\pi H(R^2 + R_1^2 + R \cdot R_1)$ ;  
 3)  $\frac{1}{3}\pi H(R^2 + R_1^2)$   
 4)  $\pi H(R^2 + R_1^2 + R \cdot R_1)$   
 5)

Критерии оценивания: 18-20 (верно) – «5»; 15-17 (верно) – «4»; 12-14 (верно) – «3»

**Ключи к тесту**

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>правильный ответ</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>4</b>
№ задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
<b>правильный ответ</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>2</b>

## Практическая работа №1

**Тема: Вычисление площадей поверхностей геометрических тел.**

### Пример

Дом имеет форму цилиндра.

Рассчитать площадь под оштукатуривание наружных стен дома.

Размеры дома: диаметр - 10 м, высота - 3 м.

Размеры двери – 2м\*0,9 м (2 шт)

Размеры прямоугольных окон – 1м\*0,8м (12 шт)

Размеры круглых окон – радиус 0,4м (2шт)



*Решение:*

Пусть  $S$  – площадь оштукатуривания.

$S_{\text{бок}}$  - площадь боковой поверхности дома

$S_1$  – площадь дверей;

$S_2$  – площадь прямоугольных окон;

$S_3$  – площадь круглых окон;

$$S = S_{\text{бок}} - S_1 - S_2 - S_3;$$

$$S_{\text{бок}} = 2\pi RH; \quad R = 5\text{м}; \quad H = 3\text{м};$$

$$S_{\text{бок}} = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 3 = 94,2\text{м}^2$$

$$S_1 = (2 \cdot 0,9) \cdot 2 = 3,6\text{м}^2$$

$$S_2 = (1 \cdot 0,8) \cdot 12 = 9,6\text{м}^2$$

$$S_3 = (\pi R^2) \cdot 2 = (3,14 \cdot 0,4^2) \cdot 2 = 1,0048\text{м}^2$$

$$S = 94,2 - 3,6 - 9,9 - 1,0048 = 79,9952 \approx 80\text{м}^2$$

Ответ:  $S = 80\text{м}^2$

**Задание для самостоятельного решения:**

### **Вариант 1**

Дом имеет форму усечённого конуса.

Рассчитать площадь под оштукатуривание наружных стен дома.

Размеры дома: диаметры - 8 м и 6 м, образующая - 6 м.

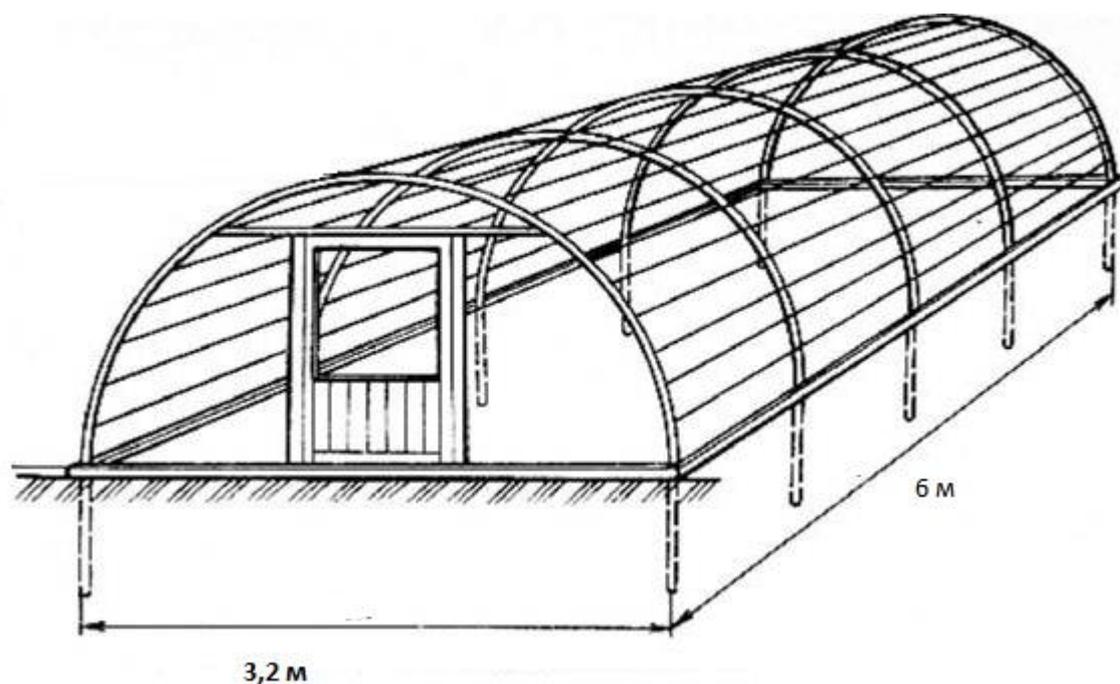
Размеры двери – 2м\*1 м

Размеры окон – 1,2м\*0,87м (10 шт)



**Вариант 2**

Теплица имеет форму полуцилиндра с диаметром 3,2м и длиной 6 м. Сколько листов поликарбоната размером 2,1м\*6м нужно для изготовления теплицы (отходы компенсируются размером двери).



**Вариант 3**

Навес имеет форму полуцилиндра с диаметром 10м и длиной 20м. Сколько листов поликарбоната размером 2,1м\*12м нужно для изготовления навеса, если отходы составляют 5%. (поликарбонат используется только на боковую поверхность).



### Вариант 4

Крыша дома имеет форму конуса с диаметром 4м и образующей 3,5м. Какое количество черепицы, в форме прямоугольника размером 0,15м\*0,1м необходимо для покрытия крыши, если дополнительные расходы составляют 10%.



### Контрольные вопросы:

1. Формулы для вычисления плоских фигур.
2. Формулы для вычисления площадей поверхностей многогранников.
3. Формулы для вычисления площадей поверхностей тел вращения.

*Эталон ответа*

**Вариант 1**

$$S = 119,44 \text{ м}^2$$

**Вариант 2**

$$n = 3 \text{ листа}$$

**Вариант 3**

$$n = 14 \text{ листов}$$

**Вариант 4**

$$n = 1612 \text{ шт}$$

**Самостоятельная работа №3**

**Тема:** Решение прикладных задач на расчет объёмов деталей строительных конструкций, определение объема земляных работ

**Пример**

Здание имеет форму прямоугольного параллелепипеда: длина 26 метра, ширина 8 метров и высота 7 метров.

Сколько необходимо затратить кирпича на строительство, если кладка выполнялась в два кирпича и предусмотрено 4 оконных простенка (1500x1700) и дверной проем (1500x2400). Размер кирпича 250x120x65мм.

*Решение:*

Толщина стены здания составляет  $250 \cdot 2 = 500 \text{ мм} = 0,5 \text{ м}$

$$V_{\text{здания}} = 26 \cdot 7 \cdot 8 = 1456 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{здания внутри}} = 25 \cdot 7 \cdot 7 = 1225 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{стен}} = 1456 - 1225 = 231 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{окон}} = 4 \cdot 1,5 \cdot 1,7 \cdot 0,5 = 5,1\text{м}^3$$

$$V_{\text{двери}} = 1,5 \cdot 2,4 \cdot 0,5 = 1,8\text{м}^3$$

$$V_{\text{кирпича всего}} = 231 - 5,1 - 1,8 = 224,1\text{м}^3$$

$$V_{\text{одного кирпича}} = 0,25 \cdot 0,12 \cdot 0,065 = 0,00195\text{м}^3$$

$$n_{\text{кирпича}} = 224,1 : 0,00195 \approx 114924 \text{ шт}$$

Ответ:  $n_{\text{кирпича}} \approx 114924 \text{ шт}$

### **Задание для самостоятельного решения.**

#### **Вариант 1**

- 1). Построена осушительная канава длиной 800 м, поперечное сечение которой имеет вид трапеции с основаниями 3 и 5 м и высотой 2,5 м. Какой объем земляных работ был произведен при постройке этой канавы? Сколько рабочих дней потребовалось для выполнения работ, если производительность строительных машин составляет 48 м<sup>3</sup> в час (рабочий день – 8ч)?
- 2). Найдите вместимость сарая прямоугольной формы с двускатной крышей и прямым углом между стропилами. Размеры сарая: длина- 10 м., ширина 7 м., высота стен до крыши 3,5 м., высота от основания до конька крыши 6,5 м.

#### **Вариант 2**

- 1). Под водоем необходимо вырыть котлован в форме правильной усеченной пирамиды, верхнее и нижнее основания которой - квадраты со сторонами 40 и 28 м, а глубина водоема равна 2 м. Сколько рабочих дней потребуется на выполнение работ, если производительность строительных машин составляет 12 м<sup>3</sup> в час.
- 2). Сколько кирпича и раствора требуется для постройки стены длиной 20 м, толщиной 50 см и высотой 2,5 м, если на 1 м<sup>3</sup> кладки расходуется 400 кирпичей, а расход раствора составляет 20% объема кладки?

*Эталон ответа*

Вариант 1

1.  $n_{\text{число дней}} \approx 21$  день
2. Ответ:  $V = 350\text{м}^2$

Вариант 2

1.  $n_{\text{число дней}} \approx 25$  дней
2.  $V_{\text{раствора}} = 5\text{м}^3$

**Раздел 3. Элементы математического анализа**

**Математический диктант №1**

**Задание:**

Сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций:

1.  $c' =$

2.  $(x^\alpha)' =$

3.  $(kx + b)' =$

4.  $(a^x)' =$

5.  $(e^x)' =$

6.  $(\log_a x)' =$

7.  $(\ln x)' =$

8.  $(\sin x)' =$

9.  $(\cos x)' =$

10.  $(\text{tg} x)' =$

11.  $(\text{ctg} x)' =$

12.  $(\arcsin x)' =$

13.  $(\arccos x)' =$

14.  $(\text{arctg} x)' =$

15.  $(\text{arcctg} x)' =$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

16.  $(cu)' =$

17.  $(u + v)' =$

18.  $(u - v)' =$

19.  $(uv)' =$

20.  $\left(\frac{u}{v}\right)' =$

ПРОИЗВОДНАЯ  
ФУНКЦИИ

СЛОЖНОЙ

21.  $f(\varphi(x))' =$

Эталон ответа:

1.  $c' = 0$

2.  $(x^k)' = k \cdot x^{k-1}$

3.  $(kx + b)' = k$

4.  $(a^x)' = a^x \ln a$

5.  $(e^x)' = e^x$

6.  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

7.  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

8.  $(\sin x)' = \cos x$

9.  $(\cos x)' = -\sin x$

10.  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

11.  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

12.  $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

13.  $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

14.  $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$

15.  $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

16.  $(cu)' = cu'$

17.  $(u + v)' = u' + v'$

18.  $(u - v)' = u' - v'$

19.  $(uv)' = u'v + uv'$

20.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

ПРОИЗВОДНАЯ  
ФУНКЦИИ

СЛОЖНОЙ

21.  $f(\varphi(x))' = f'(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x)$

## Практическая работа №4

**Тема: Применение производной к исследованию функции.**

### Пример на исследование функции

Исследуем функцию:  $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$  и построим ее график.

Проведем исследование по указанной схеме:

1.  $D(f) = \mathbb{R}$ , так как  $f(x)$  - многочлен.

2. Найдем координаты точек пересечения графика с осями координат:

а) с осью  $OX$ , для этого решим уравнение:  $3x^5 - 5x^3 + 2 = 0$ .

Методом подбора можно найти один из корней ( $x = 1$ ). Другие корни могут быть найдены только приближенно.

б) с осью  $OY$ :  $f(0) = 2$

Точка  $(0; 2)$  - точка пересечения графика функции с осью  $OY$ .

3. Найдем промежутки возрастания и убывания функции

а)  $f'(x) = 15x^4 - 15x^2 = 15x^2(x^2 - 1)$

$D(f') = \mathbb{R}$ , поэтому критических точек которых  $f'(x)$  не существует, нет.

б)  $f'(x) = 0$ , если  $x^2(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 0, x = 1$ .

в) Получим три критические точки, они разбивают координатную прямую на четыре промежутка. Определим знак производной на этих промежутках:

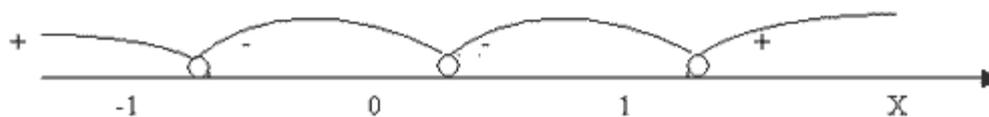


Рис.1 (знаки  $f'$ )

Из рисунка 1 видно, что:  $f$  возрастает на интервалах  $(-\infty; -1)$  и  $(1; +\infty)$ ;

$f$  убывает на  $(-1; 0)$  и  $(0; 1)$ .

Так как функция непрерывна в точках  $-1; 0; 1$ , то  $f$  возрастает на  $(-\infty; -1]$  и  $[1; +\infty)$ ;

$f$  убывает на  $[-1; 0]$  и  $[0; 1]$ .

4. Найдем точки экстремума функции и вычислим значения функции в этих точках. Рассматривая рисунок 1 знаков  $f'$  видим, что:

$x = -1$  - точка  $\max$ ,  $f(-1) = 4$ ;

$x = 1$  - точка  $\min$ ,  $f(1) = 0$ .

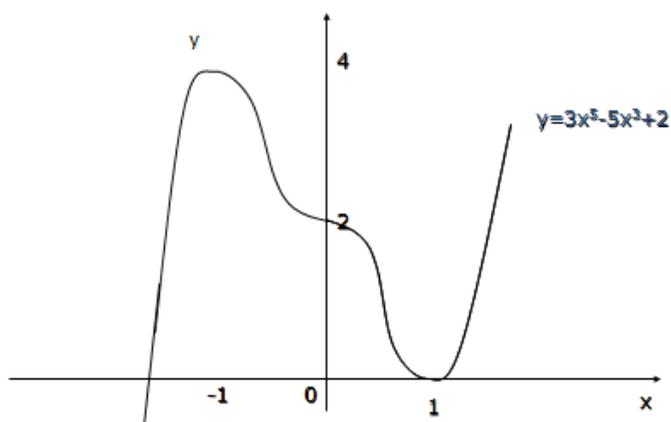
Полученные результаты занесем в таблицу

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$$

$x$	$(-\infty; -1)$	$-1$	$(-1; 0)$	$0$	$(0; 1)$	$1$	$(1; \infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	-	0	+
$f(x)$	↑	4	↓		↓	2	↑
		$\max$				$\min$	

5. Построим график:

График функции  $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$



**Задание для самостоятельного решения:**

### ВАРИАНТ 1

Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = 2 + 3x - x^3$$

### ВАРИАНТ 2

Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x$$

### ВАРИАНТ 3

Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

### ВАРИАНТ 4

Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = -x^4 + 8x^2 - 16$$

### ВАРИАНТ 5

Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$$

### ВАРИАНТ 6

Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$$

### **Контрольные вопросы:**

Сформулируйте с и поясните схему исследования функции

## Математический диктант №2

**Задание:** Запишите интегралы основных элементарных функций.

1.  $\int 0 dx =$

2.  $\int x^n dx =$

3.  $\int e^x dx =$

4.  $\int a^x dx =$

5.  $\int \sin x dx =$

6.  $\int \cos x dx =$

7.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} =$

8.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x} =$

9.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$

10.  $\int -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$

11.  $\int \frac{dx}{1+x^2} =$

12.  $\int -\frac{dx}{1+x^2} =$

*Эталон ответа:*

1.  $\int 0 dx = C$

2.  $\int x^n dx = \begin{cases} \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, & n \neq -1 \\ \ln |x| + C, & n = -1 \end{cases}$

3.  $\int e^x dx = e^x + C$

4.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

5.  $\int \sin x dx = -\cos x + C$

6.  $\int \cos x dx = \sin x + C$

7.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
8.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$
9.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{arcsin} x + C$
10.  $\int -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{arccos} x + C$
11.  $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$
12.  $\int -\frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arcctg} x + C$

### Практическая работа №5

**Тема: Вычисление интегралов методом заменой переменной и по частям.**

**Пример 1:** Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$

$$\begin{aligned} \text{Решение: } \int \frac{dx}{x \ln^2 x} &= \left| \begin{array}{l} \ln x = t; \\ dt = \frac{1}{x} dx \end{array} \right| = \int \frac{dt}{t^2} = \int t^{-2} dt = \frac{t^{-2+1}}{-2+1} + C = \\ &= -\frac{1}{t} + C = -\frac{1}{\ln x} + C \end{aligned}$$

**Пример 2:** Найти неопределенный интеграл  $\int \operatorname{ctg} x dx$

$$\begin{aligned} \text{Решение: } \int \operatorname{ctg} x dx &= \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \left| \begin{array}{l} \sin x = t; \\ dt = \cos x dx \end{array} \right| = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C = \\ &= \ln|\sin x| + C \end{aligned}$$

**Пример 3:** Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{e^x dx}{\cos^2 e^x}$

$$\text{Решение: } \int \frac{e^x dx}{\cos^2 e^x} = \left| \begin{array}{l} e^x = t \\ dt = e^x dx \end{array} \right| = \int \frac{dt}{\cos^2 t} = \operatorname{tg} t + C = \operatorname{tg} e^x + C$$

**Пример 4:** Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{4+25x^2}$

$$\begin{aligned} \text{Решение: } \int \frac{dx}{4+25x^2} &= \int \frac{dx}{2^2 + (5x)^2} = \left| \begin{array}{l} 5x = t \\ dt = 5dx \\ dx = \frac{1}{5} dt \end{array} \right| = \int \frac{\frac{1}{5} dt}{2^2 + t^2} = \\ &= \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{t}{2} + C = \frac{1}{10} \operatorname{arctg} \frac{5x}{2} + C. \end{aligned}$$

**Задание для самостоятельной работы.**

1 – Вариант

Найти неопределенный интеграл методом подстановки:

1.  $\int \frac{3x dx}{(x^2 + 9)^2}$

2.  $\int 4 \cdot e^{8x^2} \cdot x dx$

Найти неопределенный интеграл методом «интегрирование по частям»:

$$\int x^2 \sin x dx$$

2 – Вариант

Найти неопределенный интеграл методом подстановки:

1.  $\int 0,5 \cdot e^{3x^2} \cdot x dx$

2.  $\int \frac{5x dx}{(x^2 - 2)^3}$

Найти неопределенный интеграл методом «интегрирование по частям»:

$$\int x \cos x dx$$

3 – Вариант

Найти неопределенный интеграл методом подстановки:

1.  $\int \left( \frac{3}{x-3} \right) dx$

2.  $\int \sqrt{x^2 + 3} x dx$

Найти неопределенный интеграл методом «интегрирование по частям»:

$$\int x \ln x dx$$

4 – Вариант

Найти неопределенный интеграл методом подстановки:

$$1. \int 6\sqrt{x^2 + 1} \, dx$$

$$2. \int \left( \frac{4}{x-1} \right) dx$$

Найти неопределенный интеграл методом «интегрирование по частям»:

$$\int (4x^3 + 6x - 7) \ln x \, dx$$

### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение неопределенного интеграла.
2. Перечислите свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица основных интегралов.
4. Интегрирование методом подстановки.

### Практическая работа №6

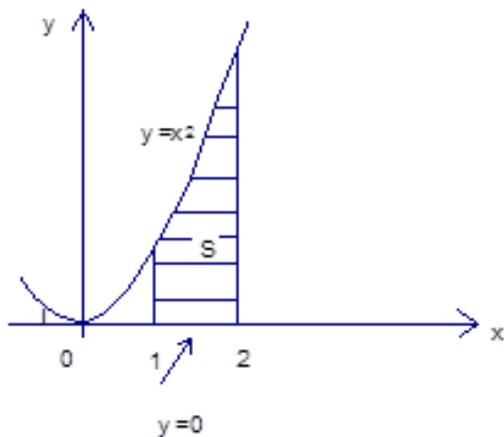
**Тема:** Определённый интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определённых интегралов. Применение определённого интеграла для вычисления площадей плоских фигур.

#### Пример 1

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2, y = 0, x = 1, x = 2$ .

*Решение.*

Искомая площадь:



Формула:

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

Это общая формула. Конкретно к нашему случаю она применима так:

Пределы интегрирования  $a = 1, b = 2, f(x) = x^2$ .

$$S = \int_1^2 x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 |_1^2 = \frac{1}{3} (2^3 - 1^3) = \frac{7}{3}$$

Ответ:  $\frac{7}{3}$

Если плоская фигура (рис. 1) ограничена линиями  $y = f_1(x)$ ,  $y = f_2(x)$ , где  $f_2(x) \geq f_1(x)$  для всех  $x \in [a, b]$ , и прямыми  $x = a$ ,  $x = b$ , то ее площадь вычисляется по формуле:

$$S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx.$$

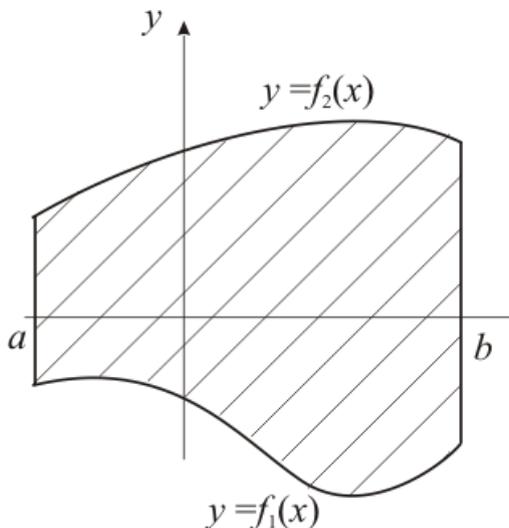


Рис. 1

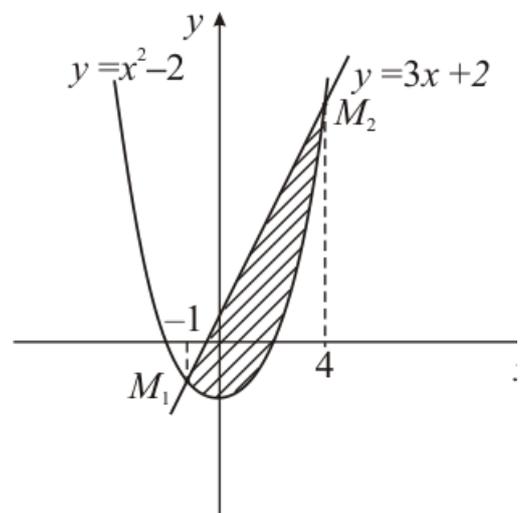


Рис. 2

**Пример 2.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 2, \quad y = 3x + 2.$$

**Решение.** Построим схематический рисунок (рис. 2). Для построения параболы возьмем несколько точек:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
---	---	---	----	---	----	---	----	---	----

y	-2	-1	-1	2	2	7	7	14	14
---	----	----	----	---	---	---	---	----	----

Для построения прямой достаточно двух точек, например  $(0, 2)$  и  $(-1, -1)$ .

Найдем координаты точек  $M_1$  и  $M_2$  пересечения параболы  $y = x^2 - 2$  и прямой  $y = 3x + 2$ .

Для этого решим систему уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = 3x + 2. \end{cases} \Rightarrow x^2 - 2 = 3x + 2, \quad x^2 - 3x - 4 = 0, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = 4.$$

Тогда  $y_1 = 3 \cdot (-1) + 2 = -1$ ,  $y_2 = 3 \cdot 4 + 2 = 14$ .

Итак,  $M_1(-1, -1)$ ,  $M_2(4, 14)$ .

Площадь полученной фигуры найдем по формуле

$$S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx, \quad \text{в которой}$$

$$f_2(x) = 3x + 2, \quad f_1(x) = x^2 - 2,$$

поскольку  $f_2(x) \geq f_1(x)$  для всех  $x \in [-1, 4]$ .

Получим:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^4 (3x + 2 - (x^2 - 2)) dx = \int_{-1}^4 (3x - x^2 + 4) dx = \left( \frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_{-1}^4 = \\ &= \frac{3 \cdot 4^2}{2} - \frac{4^3}{3} + 4 \cdot 4 - \left( \frac{3 \cdot (-1)^2}{2} - \frac{(-1)^3}{3} + 4 \cdot (-1) \right) = 24 - \frac{64}{3} + 16 - \frac{3}{2} - \frac{1}{3} + 4 = \\ &= 44 - \frac{65}{3} - \frac{3}{2} = \frac{125}{6} = 20 \frac{5}{6} \text{ (кв.ед.)} \end{aligned}$$

**Задание для самостоятельного решения:**

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями.

1.  $y = x^3, y = 0, x = -2, x = 0$

2.  $y = x^2, y = 0, x = -3, x = 0$

3.  $y = x^3, y = 0, x = -1, x = 2$

4.  $y = x^3, y = 0, x = -1, x = 3$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями.

1.  $y = x^2 - 2, y = 1 - 2x$

2.  $y = x^3, y = 8, x = 0$

3.  $y = 3x^2 + 1, y = 3x + 6$

4.  $y = x^2, y = x + 1$

**Контрольные вопросы:**

1. Сформулировать определение определенного интеграла.
2. Сформулировать геометрический смысл определенного интеграла.
3. Записать формулы для вычисления площади плоской фигуры.

## **Раздел 4. Элементы теории вероятностей и математической статистики**

**Практическая работа №7.**

**Тема: Вычисление вероятностей сложных событий.**

**Пример 1**

В ящике в случайном порядке разложены 20 деталей, причем пять из них стандартные. Рабочий берет наудачу три детали. Найти вероятность того, что, по крайней мере, одна из взятых деталей окажется стандартной (событие  $A$ ).

Решение:

очевидно, что, по крайней мере, одна из взятых деталей окажется стандартной, если произойдет любое из трех несовместных событий:  $B$  – одна деталь стандартная, две нестандартные;  $C$  – две детали стандартные, одна нестандартная;  $D$  – три детали стандартные.

Т.о., событие  $A$  можно представить в виде суммы этих трех событий:  $A=B+C+D$ .

Тогда  $P(A)=P(B)+P(C)+P(D)$ .

Вычислим вероятность каждого события:

$$P(B) = \frac{C_5^1 \cdot C_5^2}{C_{20}^3} = \frac{5 \cdot 15 \cdot 14}{1 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{35}{76}$$

$$P(C) = \frac{C_5^2 \cdot C_{15}^1}{C_{20}^3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18} = \frac{5}{38}$$

$$P(D) = \frac{C_5^3}{C_{20}^3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18} = \frac{1}{114}$$

Итак,

$$P(A) = \frac{35}{76} + \frac{5}{38} + \frac{1}{114} = \frac{137}{228} = 0,601$$

### Пример 2

Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным либо 3, либо 5, либо тому и другому одновременно?

Решение:

пусть  $A$  – число кратно 3,  $B$  – число кратно 5. Всего имеется 90 двузначных чисел: 10, 11, ..., 98, 99. Из них 30 – кратные 3, 18 – кратные 5 и шесть чисел одновременно кратны и 3 и 5, поэтому:

$$P(A) = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}, \quad P(B) = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}, \quad P(AB) = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

Т.к.  $A$  и  $B$  совместные события, то по формуле имеем:

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{15} = \frac{7}{15} = 0,467$$

### Пример 3

В первой урне 7 белых и 3 чёрных шара; во второй – 3 белых и 7 чёрных шаров. Из каждой урны наудачу вынимают 1 шар. Какова вероятность того, что оба вынутых шара белые?

Решение:

Событие  $A$  – вынутый белый шар из первой урны;  $B$  – вынутый белый шар из второй урны. События  $A$  и  $B$  – независимые, поэтому применяем формулу умножения вероятностей независимых событий.

Найдём вероятности событий:  $P(A) = 7/10 = 0,7$ ;  $P(B) = 3/10 = 0,3$

$$P(AB) = 0,7 * 0,3 = 0,21$$

Ответ: 0,21

#### Пример 4

В магазин поступила новая продукция с трех предприятий. Процентный состав этой продукции следующий: 20% - продукция первого предприятия, 30% - продукция второго предприятия, 50% - продукция третьего предприятия; далее, 10% продукции первого предприятия высшего сорта, на втором предприятии - 5% и на третьем - 20% продукции высшего сорта. Найти вероятность того, что случайно купленная новая продукция окажется высшего сорта.

Решение.

Обозначим через  $B$  событие, заключающееся в том, что будет куплена продукция высшего сорта, через  $A_1, A_2, A_3$  обозначим события, заключающиеся в покупке продукции, принадлежащей соответственно первому, второму и третьему предприятиям.

Можно применить формулу полной вероятности, причем в наших обозначениях:

$$\begin{aligned}P(A_1) &= 0,2 & P(B|A_1) &= 0,1 \\P(A_2) &= 0,3 & P(B|A_2) &= 0,05 \\P(A_3) &= 0,5 & P(B|A_3) &= 0,2\end{aligned}$$

Подставляя эти значения в формулу полной вероятности, получим искомую вероятность:

$$P(B) = 0,2 \cdot 0,1 + 0,3 \cdot 0,05 + 0,5 \cdot 0,2 = 0,135.$$

#### Пример 5

В урне 20 белых и 10 черных шаров. Вынули 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Найти вероятность того, что из четырех вынутых шаров окажется 2 белых.

Решение.

Событие  $A$  – достали белый шар. Тогда вероятности

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(\bar{A}) = \frac{1}{3}.$$

По формуле Бернулли требуемая вероятность равна

$$P_4(2) = C_4^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{27}.$$

**Задание для самостоятельного решения:**

*Решите задачи.*

а) Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

б) В первой урне находятся 10 белых и 4 черных шаров, а во второй 5 белых и 9 черных шаров. Из каждой урны вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

в) В магазин поступила новая продукция с трех предприятий. Процентный состав этой продукции следующий: 70% - продукция первого предприятия, 20% - продукция второго предприятия, 10% - продукция третьего предприятия; далее, 20% продукции первого предприятия высшего сорта, на втором предприятии - 10% и на третьем - 30% продукции высшего сорта. Найти вероятность того, что случайно купленная новая продукция окажется высшего сорта.

г) В урне 10 белых и 20 черных шаров. Вынули 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Найти вероятность того, что из пяти вынутых шаров окажется 3 белых.

#### ***Контрольные вопросы:***

1. Сформулируйте определение вероятности события.
2. Сформулируйте теоремы сложения несовместных и совместных событий.
3. Сформулируйте теорему произведения независимых событий.
4. Формула полной вероятности. Формула Бернулли.

#### **Практическая работа №9**

**Тема: Составление статистического распределения выборки, построение гистограммы.**

**Пример:**

Дана таблица распределения данных:

в выборке число  $x_i$  встречается  $n_i$  раз ( $i = 1, \dots, 6$ ). Найти  $\bar{x}$  и  $D_E$ .

i	n <sub>i</sub>	x <sub>i</sub>
1	5	-2
2	15	-1
3	50	0
4	16	1
5	10	2
6	4	3

Для удобства вычислений добавим столбцы  $n_i x_i$ ,  $n_i x_i^2$  и строку  $\Sigma$  (сумм по столбцу):

i	n <sub>i</sub>	x <sub>i</sub>	n <sub>i</sub> x <sub>i</sub>	n <sub>i</sub> x <sub>i</sub> <sup>2</sup>
1	5	-2	-10	20
2	15	-1	-15	15
3	50	0	0	0
4	16	1	16	16
5	10	2	20	40
6	4	3	12	36
$\Sigma$	100		23	127

По формуле (15.1) выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{100} 23 = 0,23,$$

а по (15.2) выборочная дисперсия

$$D_E = \frac{1}{100} (127 - 100 \cdot (0,23)^2) \approx 1,22.$$

### *Задание для самостоятельного решения*

**Пример.** Работников предприятия попросили с точностью до 10 минут оценить время, которое они тратят на дорогу до работы. Было опрошено 50 человек.

Полученные результаты были следующими: 20, 100, 20, 30, 40, 50, 30, 80, 90, 40, 30, 50, 20, 50, 30, 30, 50, 60, 60, 50, 30, 40, 60, 50, 100, 60, 90, 10, 20, 50, 90, 80, 20, 40, 50, 10, 50, 40, 30, 40, 60, 120, 30, 40, 60, 20, 60, 10, 50, 60.

Составьте таблицу распределения данных.

Найдите числовые характеристики данных измерения:



Задание 4

Производная функции  $y = (2x - 1)^5$  равна:

а)  $y' = 5(2x - 1)^4$

б)  $y' = 10(2x - 1)^4$

в)  $y' = 10x$

г)  $y' = 5(2x - 1)^5$

Задание 5

Функция  $f(x) = -3x^2 + 6x - 1$  имеет экстремум в точке:

а) (1;-4)

б) (-1;-10)

в) (0;-1)

г) (-3;8)

Задание 6

Множество всех первообразных функций  $y = 2\sin x$  имеет вид:

а)  $-2\cos x$

б)  $2\cos x$

в)  $-2\cos x + C$

г)  $2\cos x + C$

Задание 7

Интеграл  $\int_0^1 (3 + 2x)dx$  равен:

а) 0

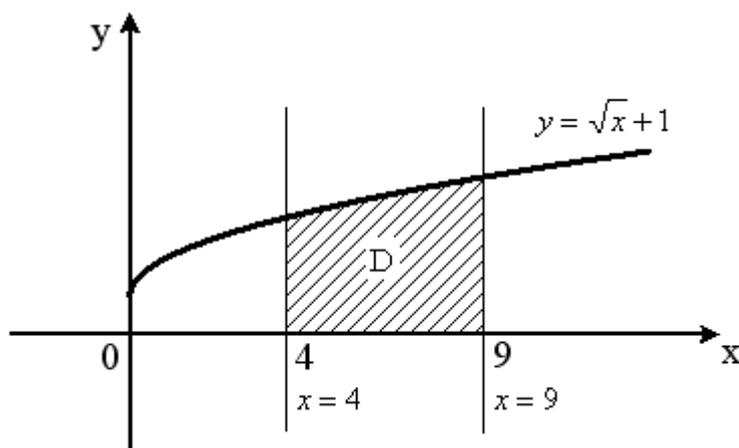
б) 2

в) 5

г) 4

Задание 8

Площадь криволинейной трапеции (D) определяется интегралом:



$$\text{а) } \int_9^4 (\sqrt{x} + 1) dx$$

$$\text{б) } \int_4^9 \sqrt{x} dx$$

$$\text{в) } \int_4^9 (\sqrt{x} + 1) dx$$

$$\text{г) } \int_0^4 (\sqrt{x} + 1) dx$$

### Задание 9

В результате подстановки  $t = 2 + 5x$  интеграл  $\int (2 + 5x)^3 dx$  приводится к виду:

$$\text{а) } 5 \int t^3 dt$$

$$\text{б) } \frac{1}{5} \int t^3 dt$$

$$\text{в) } \int t^3 dt$$

$$\text{г) } \int t^3 dx$$

### Задание 10

Вычислите число сочетаний:  $C_7^4$

$$\text{а) } 28$$

$$\text{б) } 14$$

$$\text{в) } 35$$

$$\text{г) } 54$$

### Задание 11

Из 25 учащихся в классе 20 сделали прививки. Наудачу выбирают ученика. Тогда вероятность, что выбрали ученика, которому была сделана прививка, равна...

$$\text{а) } 0,8$$

$$\text{б) } 0,08$$

$$\text{в) } 0,5$$

$$\text{г) } 0,2$$

### Задание 12

Вероятность появления одного из двух несовместных событий А и В (безразлично какого), вероятности которых соответственно  $P(A)=0,1$ ;  $P(B)=0,8$  равна...

$$\text{а) } 0,45$$

$$\text{б) } 0,8$$

$$\text{в) } 0,1$$

$$\text{г) } 0,9$$

### Задание 13



а) 1,6

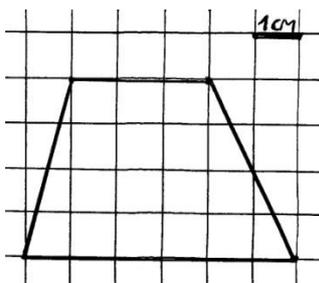
б) 1,5

в) 1

г) 3,6

### Задание 17

Площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{см} \times 1\text{см}$ , равна...



а) 18

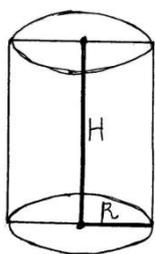
б) 12

в) 16

г) 36

### Задание 18

Площадь боковой поверхности прямого кругового цилиндра с радиусом  $R=2$  и высотой  $H=5$  равна...



а)  $7\pi$

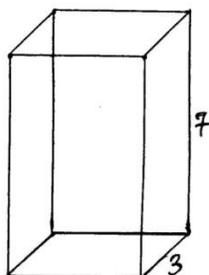
б)  $10\pi$

в)  $20\pi$

г)  $5\pi$

### Задание 19

Объем правильной четырехугольной призмы, изображенной на рисунке равен...



а) 21

б) 63

в) 10

г) 42



а)  $e^x$

б)  $2e^x + C$

в)  $2e^x$

г)  $\frac{1}{2}e^x + C$

Задание 7

Интеграл  $\int_0^1 (-x^2 + 3)dx$  равен:

а) 2

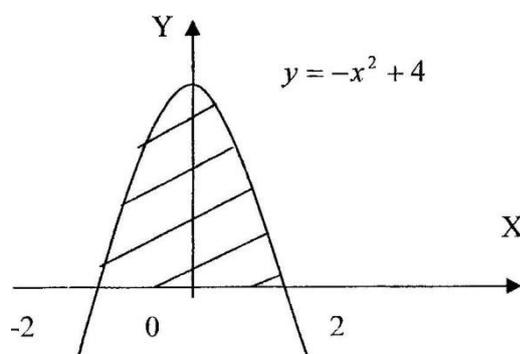
б) -1

в)  $2\frac{1}{3}$

г) 0

Задание 8

Площадь (S) заштрихованной фигуры определяется интегралом:



а)  $\int_{-2}^2 (-x^2 + 4)dx$

б)  $\int_0^2 (-x^2 + 4)dx$

в)  $\int_2^{-2} (-x^2 + 4)dx$

г)  $\left| \int_2^{-2} (-x^2 + 4)dx \right|$

Задание 9

В результате подстановки  $t = 1 - 12x$  интеграл  $\int (1 - 12x)^5 dx$  приводится к виду:

а)  $-12 \int t^5 dt$

б)  $\int t^5 dt$

в)  $\int t^5 dx$

г)  $-\frac{1}{12} \int t^5 dt$

Задание 10

Вычислить число размещений:  $A_5^3$ 

а) 53

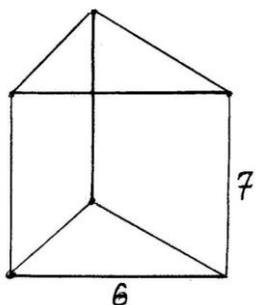
б) 15

в) 125

г) 60



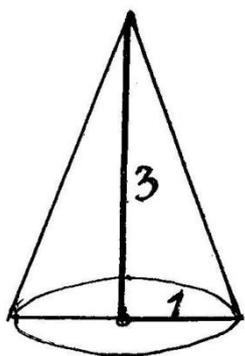




- а) 42
- б) 49
- в) 13
- г) 126

Задание 19

Объём прямого кругового конуса с радиусом  $R=1$  и высотой  $H=3$  равен...



- а) 3
- б)  $3\pi$
- в)  $\pi$
- г)  $9\pi$

«Ключ»

№ задания	ответы			
	1 вариант			
	а	б	в	г
1	+			
2			+	
3				+
4		+		
5	+			
6			+	
7				+
8			+	
9		+		
10			+	
11	+			
12				+
13				+
14	+			

№ задания	ответы			
	2 вариант			
	а	б	в	г
1		+		
2	+			
3				+
4			+	
5	+			
6		+		
7			+	
8	+			
9				+
10				+
11		+		
12				+
13			+	
14				+

15		+				15				+
16	+					16				+
17	+					17			+	
18			+			18				+
19		+				19			+	

**Критерии оценивания:** 18-19 (верно) – «5»; 14-17 (верно) – «4»; 10-13 (верно) – «3»

### 3. Рекомендуемая литература и иные источники

1. Григорьев, В. П. Математика: учебник / В. П. Григорьев, Т. Н. Сабурова. - 2-е изд., стер. – М.: Академия, 2023. - 368 с.

2. Григорьев, В. П. Сборник задач по высшей математике [Текст]: учеб. пособие / В. П. Григорьев, Т. Н. Сабурова. - 2-е изд., стер. – М.: Академия, 2023. - 160 с. - (Профессиональное образование).

#### 3.1 Основные электронные издания

1. Башмаков, М. И. Математика: сборник задач профильной направленности: учебное пособие / М. И. Башмаков. – 3-е изд., стер. – М.: Академия, 2021. – 208 с.: ил. – (Профессиональное образование). – URL: <https://academia-moscow.ru/reader/?id=427796> (дата обращения: 12.01.2023). – ISBN 978-5-4468-8658-6. – Текст: электронный.

#### 3.2. Дополнительные источники

1. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов [Электронный ресурс] / Режим доступа: [www.fcior.edu.ru](http://www.fcior.edu.ru)
2. Математика в Открытом колледже <http://www.mathematics.ru>
3. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>
4. Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО) <http://www.mcsme.ru>
5. Вся математика в одном месте <http://www.allmath.ru>
6. Образовательный математический сайт Exponenta.ru <http://www.exponenta.ru>
7. Электронная библиотека Издательский центр «Академия».