

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Троицкий технологический техникум»

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ЦМК

Сабирова О.В.

«24» мая 2024 г.

**Комплект
оценочных средств по учебной дисциплине
ЕН.01 Математика**

Основной профессиональной образовательной программы (ОПОП)
по специальности СПО

08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений

Разработчик:

О.В. Орлова, преподаватель

математики, высшей

квалификационной категории

ГБПОУ «ТТТ»

Троицк, 2024 год

Содержание

1. Паспорт комплекта оценочных средств.....	
1.1. Область применения комплекта контрольно-оценочных средств.....	
1.2. Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины.....	
1.2.1. Формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине.....	
1.2.2. Организация текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения учебной дисциплины.....	
2. Задания для контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины.....	
2.1. Задания для текущего контроля.....	
2.2. Задания для промежуточной аттестации.....	
3. Рекомендуемая литература и иные источники.....	

1. Паспорт комплекта оценочных средств

1.1. Область применения комплекта оценочных средств

Комплект оценочных средств предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины ЕН.01 Математика (далее - УД) основной профессиональной образовательной программы (далее - ОПОП) по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений.

Комплект оценочных средств позволяет оценивать:

1. Формирование элементов общих компетенций (ОК) и элементов профессиональных компетенций (ПК):

Общие и профессиональные компетенции	Показатели оценки результата	Средства проверки
1	2	3
ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.	Распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте; анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части; определять этапы решения задачи; выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы; составлять план действия; определять необходимые ресурсы; владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах; реализовывать составленный план; оценивать результат и последствия своих	Тестирование, математические диктанты, самостоятельные работы, практические работы.

	<p>действий (самостоятельно или с помощью наставника).</p> <p>Определять актуальный профессиональный и социальный контекст, в котором приходится работать и жить;</p> <p>основные источники информации и ресурсы для решения задач и проблем в профессиональном и/или социальном контексте.</p>	
<p>ОК 02.</p> <p>Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.</p>	<p>Определять задачи для поиска информации;</p> <p>определять необходимые источники информации;</p> <p>планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;</p> <p>выделять наиболее значимое в перечне информации;</p> <p>оценивать практическую значимость результатов поиска;</p> <p>оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач;</p> <p>Определять номенклатуру информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности;</p> <p>приемы структурирования информации;</p> <p>обосновывать формат оформления результатов поиска информации, современные средства и</p>	<p>Тестирование, математические диктанты, самостоятельные работы, практические работы.</p>

	устройства информатизации;	
ПК 1.2 Выполнять расчеты и конструирование строительных конструкций.	определять глубину заложения фундамента;	Тестирование, практические работы.
ПК 2.3 Проводить оперативный учет объемов выполняемых работ и расходов материальных ресурсов.	определять объемы выполняемых строительно-монтажных, в том числе и отделочных работ;	Тестирование, практические работы.

2. Оценка умений и усвоение знаний

Освоенные умения, усвоенные знания	Показатели результата	№№ заданий для проверки
1	2	3
Умения:		
- выполнять необходимые измерения и связанные с ними расчеты;	Применять таблицу производных и интегралов, их свойства для дифференцирования и интегрирования функций; исследовать реальные процессы с помощью производной.	Тестирование, математические диктанты, самостоятельные работы,
- вычислять площади и объемы деталей строительных конструкций, объемы земляных работ;	Рассчитывать площади и объемы строительных конструкций, объемы земляных работ с использованием определённого интеграла.	практические работы
- применять математические методы для решения профессиональных задач.	Применять вероятностный метод для описания реальных процессов.	.
Знания:		
- основные понятия о математическом синтезе и анализе, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;	Демонстрировать определения понятий, владение методами математического анализа и синтеза, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики.	Тестирование, математические диктанты, самостоятельные работы,
- основные формулы для вычисления площадей фигур и объемов тел, используемых в строительстве;	Строить математическую модель профессиональной задачи и выбирать оптимальный метод решения; описывать основные методы вычисления площадей и объемов.	практические работы

1.2 Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины

1.2.1. Формы промежуточной аттестации по УД

Учебная дисциплина	Формы промежуточной аттестации
1	2
ЕН.01 Математика	Дифференцированный зачет

1.2.2. Организация текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения программы учебной дисциплины ЕН.01 Математика.

Текущий контроль проводится во время аудиторных занятий по математике в соответствии с учебным планом и рабочей программы ЕН.01 Математика. Результаты обучения определяют, что обучающиеся должны знать, понимать и демонстрировать по завершении изучения дисциплины.

Для формирования, контроля и оценки результатов освоения учебной дисциплины используется система оценочных мероприятий, представляющая собой комплекс учебных мероприятий, согласованных с результатами обучения и сформулированных с учетом ФГОС СОО и ФГОС СПО.

2. Задания для контроля и оценки результатов освоения умений и знаний.

2.1 Задания для текущего контроля.

Раздел 1. Элементы аналитической геометрии

Самостоятельная работа №1

1. Найти периметр треугольника $\triangle ABC$.
2. Найти скалярное произведение векторов $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$.
3. Найти длину медианы $|\vec{AM}|$.

Вариант	Координаты вершин треугольника ABC
1	A(2;3;1) B(4;-1;0) C(-2;-2;0)
2	A(3;2;0) B(3;-3;1) C(-2;-1;0)
3	A(3;4;1) B(1;-1;1) C(-4;4;1)

4	A(2;4;0) B(4;-3;0) C(-2;-4;1)
---	-------------------------------

Эталон ответа:

Вариант 1

1. $P = \sqrt{21} + \sqrt{37} + \sqrt{42}$
2. -8
3. $\sqrt{22,25}$

Вариант 2

1. $P = \sqrt{26} + \sqrt{30} + \sqrt{34}$
2. -11
3. $\sqrt{22,5}$

Вариант 3

1. $P = \sqrt{29} + 5\sqrt{2} + 7$
2. -15
3. $\sqrt{26,5}$

Вариант 4

1. $P = \sqrt{53} + \sqrt{38} + 9$
2. -5
3. $\sqrt{57,5}$

Самостоятельная работа №2

Задача 1

Найти угол между прямыми $2x - 3y + 5 = 0$; $x + 2y + 2 = 0$

Задача 2

Найти точки пересечения прямых

$$2x + 3y - 13 = 0 \quad \text{и} \quad 3x + 2y - 12 = 0$$

Задача 3

Докажите, что прямые

$$6x - 15y + 7 = 0 \quad \text{и} \quad 10x + 4y - 1 = 0 \text{ перпендикулярны.}$$

Эталон ответа:

1. $\varphi = \arctg \frac{7}{4} \approx 60^\circ$
2. (2;3)
3. $k_1 \cdot k_2 = -1$, прямые перпендикулярны

Раздел 2. Вычисление площадей и объёмов

Тестовое задание №1

1. Объём призмы равен:
 - 1) $\frac{1}{2} S_{осн} \cdot H$;
 - 2) $S_{осн} \cdot H$;
 - 3) $P_{осн} \cdot H$;
 - 4) $\frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$;
2. Площадь боковой поверхности конуса равна:
 - 1) $2\pi Rl$;
 - 2) $\pi R^2 l$;
 - 3) $\pi R(l + R)$;
 - 4) πRl ;
3. Разверткой боковой поверхности цилиндра является:
 - 1) Круг;
 - 2) Прямоугольник;
 - 3) Параллелограмм;
 - 4) Трапеция;
4. Площадь сферы равна:
 - 1) $4\pi R^2$;
 - 2) πR^2 ;
 - 3) $\frac{4}{3}\pi R^3$;
 - 4) $2\pi R$;
5. Осевым сечением прямого кругового конуса является:
 - 1) Прямоугольный треугольник;
 - 2) Равнобедренный треугольник;
 - 3) Круг;
 - 4) Трапеция;
6. Площадь боковой поверхности прямой призмы равна:
 - 1) $S_{осн} \cdot H$;
 - 2) $\frac{1}{2} P_{осн} \cdot H$;
 - 3) $\frac{1}{2} S_{осн} \cdot H$;
 - 4) $P_{осн} \cdot H$;
7. Объём прямоугольного параллелепипеда с измерениями а, b, с равен:
 - 1) $a + b + c$;

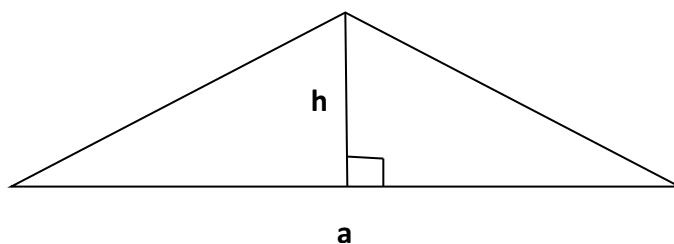
- 2) $a \cdot b \cdot c$;
 - 3) $\frac{1}{2}(a + b + c)$;
 - 4) $a^2 + b^2 + c^2$;
8. Площадь основания цилиндра радиуса 9 равна:
- 1) 18π ;
 - 2) 9π ;
 - 3) 81π ;
 - 4) 81 ;
9. Объем пирамиды равен:
- 1) $\frac{1}{3}S_{осн} \cdot H$;
 - 2) $S_{осн} \cdot H$;
 - 3) $S_{осн} + H$;
 - 4) $\frac{1}{2}S_{осн} \cdot H$;
10. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна:
- 1) $P_{осн} + H$;
 - 2) $P_{осн} \cdot H$;
 - 3) $\frac{1}{3}P_{осн} \cdot h_a$;
 - 4) $\frac{1}{2}P_{осн} \cdot h_a$;
11. Площадь боковой поверхности цилиндра равна:
- 1) $2\pi RH$;
 - 2) πR^2 ;
 - 3) πRH ;
 - 4) $2\pi R + \pi R^2$;
12. Объем шара равен:
- 1) $2\pi R^3$;
 - 2) $4\pi R^2$;
 - 3) πR^2 ;
 - 4) $\frac{4}{3}\pi R^3$;
13. Разверткой боковой поверхности конуса является:
- 5) Равнобедренный треугольник;
 - 6) Прямоугольный треугольник;
 - 7) Круговой сектор;
 - 8) Круг;
14. Площадь боковой поверхности усеченного конуса равна:
- 1) $\pi(R + R_1)l$;
 - 2) πRR_1l ;
 - 3) $2\pi RR_1l$;
 - 4) $2\pi R^2 R_1^2 l$;
15. Осевым сечением прямого кругового цилиндра является:
- 1) Круг;
 - 2) Треугольник;

- 3) Параллелограмм;
 4) Прямоугольник;
 16. Объем усеченной пирамиды равен:

- 1) $\frac{1}{2}H(S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$;
 2) $\frac{1}{3}H(S + S_1)$;
 3) $\frac{1}{3}H(S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$;
 4) $\frac{1}{3}H\sqrt{S \cdot S_1}$;

17. Площадь треугольника с высотой h и основанием a равна:

- 1) ah ;
 2) $a+h$;
 3) a^2h ;
 4) $ah/2$;



18. Объем цилиндра равен:

- 1) $2\pi R + \pi R^2$;
 2) $2\pi R$;
 3) $\pi R^2 H$
 4) $2\pi R + \pi R^2$;

19. Объем конуса равен:

- 1) $\pi R^2 H$
 2) $\frac{4}{3}\pi R^3$
 3) $\frac{1}{3}\pi R^3 H$
 4) $\frac{1}{3}\pi R^2 H$;

20. Объем усеченного конуса равен:

- 1) $\frac{1}{3}\pi(R^2 + R_1^2 + R \cdot R_1)$
 2) $\frac{1}{3}\pi H(R^2 + R_1^2 + R \cdot R_1)$;
 3) $\frac{1}{3}\pi H(R^2 + R_1^2)$
 4) $\pi H(R^2 + R_1^2 + R \cdot R_1)$
 5)

Критерии оценивания: 18-20 (верно) – «5»; 15-17 (верно) – «4»; 12-14 (верно) – «3»

Ключи к тесту

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
правильный ответ	2	4	2	1	2	4	2	3	1	4
№ задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
правильный ответ	1	4	3	1	4	3	4	3	4	2

Практическая работа №1

Тема: Вычисление площадей поверхностей геометрических тел.

Пример

Дом имеет форму цилиндра.

Рассчитать площадь под оштукатуривание наружных стен дома.

Размеры дома: диаметр - 10 м, высота - 3 м.

Размеры двери – 2м*0,9 м (2 шт)

Размеры прямоугольных окон – 1м*0,8м (12 шт)

Размеры круглых окон – радиус 0,4м (2шт)



Решение:

Пусть S – площадь оштукатуривания.

$S_{\text{бок}}$ - площадь боковой поверхности дома

S_1 – площадь дверей;

S_2 – площадь прямоугольных окон;

S_3 – площадь круглых окон;

$$S = S_{\text{бок}} - S_1 - S_2 - S_3;$$

$$S_{\text{бок}} = 2\pi RH; \quad R = 5\text{м}; \quad H = 3\text{м};$$

$$S_{\text{бок}} = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 3 = 94,2\text{м}^2$$

$$S_1 = (2 \cdot 0,9) \cdot 2 = 3,6\text{м}^2$$

$$S_2 = (1 \cdot 0,8) \cdot 12 = 9,6\text{м}^2$$

$$S_3 = (\pi R^2) \cdot 2 = (3,14 \cdot 0,4^2) \cdot 2 = 1,0048\text{м}^2$$

$$S = 94,2 - 3,6 - 9,9 - 1,0048 = 79,9952 \approx 80\text{м}^2$$

Ответ: $S = 80\text{м}^2$

Задание для самостоятельного решения:

Вариант 1

Дом имеет форму усечённого конуса.

Рассчитать площадь под оштукатуривание наружных стен дома.

Размеры дома: диаметры - 8 м и 6 м, образующая - 6 м.

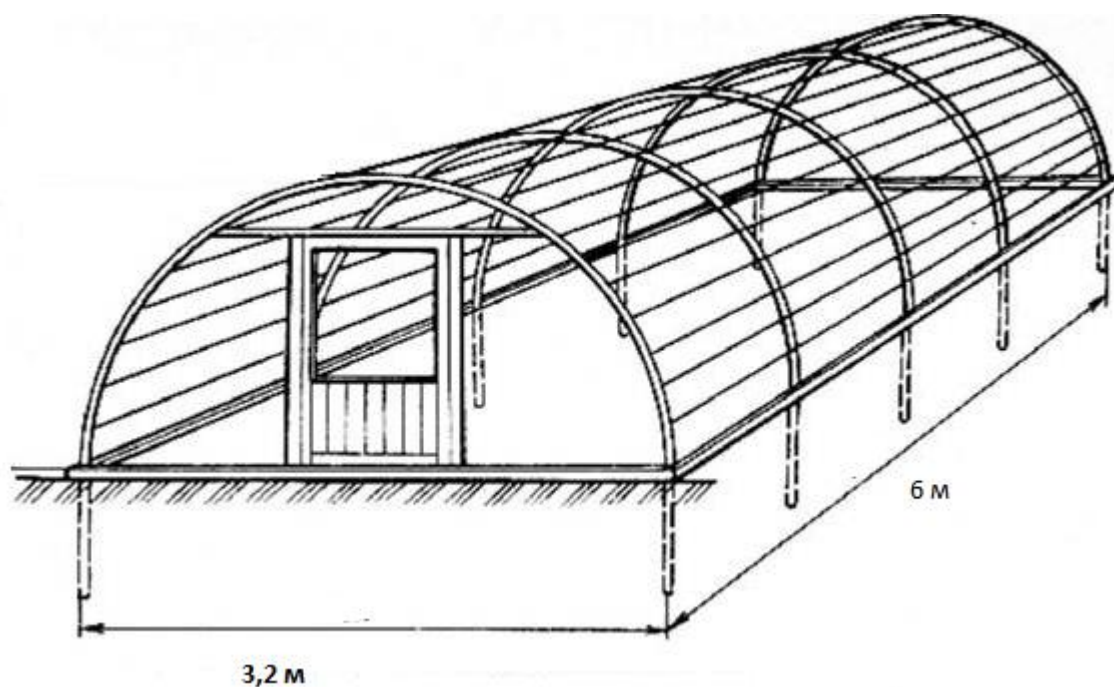
Размеры двери – 2м*1 м

Размеры окон – 1,2м*0,87м (10 шт)



Вариант 2

Теплица имеет форму полуцилиндра с диаметром 3,2м и длиной 6 м. Сколько листов поликарбоната размером 2,1м*6м нужно для изготовления теплицы (отходы компенсируются размером двери).



Вариант 3

Навес имеет форму полуцилиндра с диаметром 10м и длиной 20м. Сколько листов поликарбоната размером 2,1м*12м нужно для изготовления навеса, если отходы составляют 5%. (поликарбонат используется только на боковую поверхность).



Вариант 4

Крыша дома имеет форму конуса с диаметром 4м и образующей 3,5м.
 Какое количество черепицы, в форме прямоугольника размером 0,15м*0,1м
 необходимо для покрытия крыши, если дополнительные расходы
 составляют 10%.



Контрольные вопросы:

1. Формулы для вычисления плоских фигур.
2. Формулы для вычисления площадей поверхностей многогранников.
3. Формулы для вычисления площадей поверхностей тел вращения.

Эталон ответа

Вариант 1

$$S = 119,44 \text{ м}^2$$

Вариант 2

$$n = 3 \text{ листа}$$

Вариант 3

$$n = 14 \text{ листов}$$

Вариант 4

$$n = 1612 \text{ шт}$$

Самостоятельная работа №3

Тема: Решение прикладных задач на расчет объёмов деталей строительных конструкций, определение объема земляных работ

Пример

Здание имеет форму прямоугольного параллелепипеда: длина 26 метра, ширина 8 метров и высота 7 метров.

Сколько необходимо затратить кирпича на строительство, если кладка выполнялась в два кирпича и предусмотрено 4 оконных простенка (1500х1700) и дверной проем (1500х2400). Размер кирпича 250х120х65мм.

Решение:

Толщина стены здания составляет $250 \cdot 2 = 500 \text{ мм} = 0,5 \text{ м}$

$$V_{\text{здания}} = 26 \cdot 7 \cdot 8 = 1456 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{здания внутри}} = 25 \cdot 7 \cdot 7 = 1225 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{стен}} = 1456 - 1225 = 231 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{окон}} = 4 \cdot 1,5 \cdot 1,7 \cdot 0,5 = 5,1 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{двери}} = 1,5 \cdot 2,4 \cdot 0,5 = 1,8 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{кирпича всего}} = 231 - 5,1 - 1,8 = 224,1 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{одного кирпича}} = 0,25 \cdot 0,12 \cdot 0,065 = 0,00195 \text{ м}^3$$

$$n_{\text{кирпича}} = 224,1 : 0,00195 \approx 114924 \text{ шт}$$

Ответ: $n_{\text{кирпича}} \approx 114924 \text{ шт}$

Задание для самостоятельного решения.

Вариант 1

- 1). Построена осушительная канава длиной 800 м, поперечное сечение которой имеет вид трапеции с основаниями 3 и 5 м и высотой 2,5 м. Какой объем земляных работ был произведен при постройке этой канавы? Сколько рабочих дней потребовалось для выполнения работ, если производительность строительных машин составляет 48 м³ в час (рабочий день – 8ч)?
- 2). Найдите вместимость сарая прямоугольной формы с двускатной крышей и прямым углом между стропилами. Размеры сарая: длина- 10 м., ширина 7 м., высота стен до крыши 3,5 м., высота от основания до конька крыши 6,5 м.

Вариант 2

- 1). Под водоем необходимо вырыть котлован в форме правильной усеченной пирамиды, верхнее и нижнее основания которой - квадраты со сторонами 40 и 28 м, а глубина водоема равна 2 м. Сколько рабочих дней потребуется на выполнение работ, если производительность строительных машин составляет 12 м³ в час.
- 2). Сколько кирпича и раствора требуется для постройки стены длиной 20 м, толщиной 50 см и высотой 2,5 м, если на 1 м³ кладки расходуется 400 кирпичей, а расход раствора составляет 20% объема кладки?

Эталон ответа

Вариант 1

1. $n_{\text{число дней}} \approx 21 \text{ день}$
2. Ответ: $V = 350 \text{ м}^2$

Вариант 2

1. $n_{\text{число дней}} \approx 25 \text{ дней}$
2. $V_{\text{раствора}} = 5 \text{ м}^3$

Раздел 3. Элементы математического анализа

Математический диктант №1

Задание:

Сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций:

1. $c' =$
2. $(x^\alpha)' =$
3. $(kx + b)' =$
4. $(a^x)' =$
5. $(e^x)' =$
6. $(\log_a x)' =$
7. $(\ln x)' =$
8. $(\sin x)' =$
9. $(\cos x)' =$
10. $(tgx)' =$
11. $(ctgx)' =$
12. $(\arcsin x)' =$
13. $(\arccos x)' =$

$$14. (\arctgx)' =$$

$$15. (\text{arcctgx})' =$$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

$$16. (cu)' =$$

$$17. (u + v)' =$$

$$18. (u - v)' =$$

$$19. (uv)' =$$

$$20. \left(\frac{u}{v}\right)' =$$

ПРОИЗВОДНАЯ
ФУНКЦИИ

СЛОЖНОЙ

$$21. f(\varphi(x))' =$$

Эталон ответа:

1. $c' = 0$

2. $(x^\kappa)' = \kappa \cdot x^{\kappa-1}$

3. $(kx+b)' = k$

4. $(a^x)' = a^x \ln a$

5. $(e^x)' = e^x$

6. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

7. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

8. $(\sin x)' = \cos x$

9. $(\cos x)' = -\sin x$

10. $(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

11. $(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

12. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

13. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

14. $(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$

15. $(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

16. $(cu)' = cu'$

17. $(u+v)' = u'+v'$

18. $(u-v)' = u'-v'$

19. $(uv)' = u'v + uv'$

20. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

ПРОИЗВОДНАЯ
ФУНКЦИИ

СЛОЖНОЙ

21. $f(\varphi(x))' = f'(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x)$

Практическая работа №4

Тема: Применение производной к исследованию функции.

Пример на исследование функции

Исследуем функцию: $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$ и построим ее график.

Проведем исследование по указанной схеме:

1. $D(f) = \mathbb{R}$, так как $f(x)$ - многочлен.

2. Найдем координаты точек пересечения графика с осями координат:

а) с осью OX , для этого решим уравнение: $3x^5 - 5x^3 + 2 = 0$.

Методом подбора можно найти один из корней ($x = 1$). Другие корни могут быть найдены только приближенно.

б) с осью OY : $f(0) = 2$

Точка $(0; 2)$ - точка пересечения графика функции с осью OY .

3. Найдем промежутки возрастания и убывания функции

а) $f'(x) = 15x^4 - 15x^2 = 15x^2(x^2 - 1)$

$D(f') = \mathbb{R}$, поэтому критических точек которых $f'(x)$ не существует, нет.

б) $f'(x) = 0$, если $x^2(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 0, x = 1$.

в) Получим три критические точки, они разбивают координатную прямую на четыре промежутка. Определим знак производной на этих промежутках:

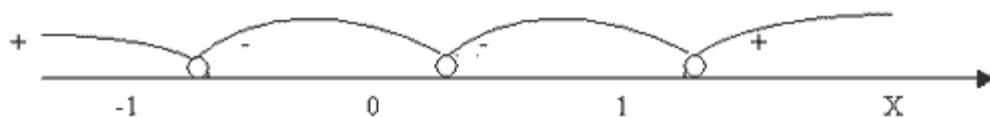


Рис.1 (знаки f')

Из рисунка 1 видно, что: f возрастает на интервалах $(-\infty; -1)$ и $(1; +\infty)$;

f убывает на $(-1; 0)$ и $(0; 1)$.

Так как функция непрерывна в точках $-1; 0; 1$, то f возрастает на $(-\infty; -1]$ и $[1; +\infty)$;

f убывает на $[-1; 0]$ и $[0; 1]$.

4. Найдем точки экстремума функции и вычислим значения функции в этих точках. Рассматривая рисунок 1 знаков f' видим, что:

$x = -1$ - точка \max , $f(-1) = 4$;

$x = 1$ - точка \min , $f(1) = 0$.

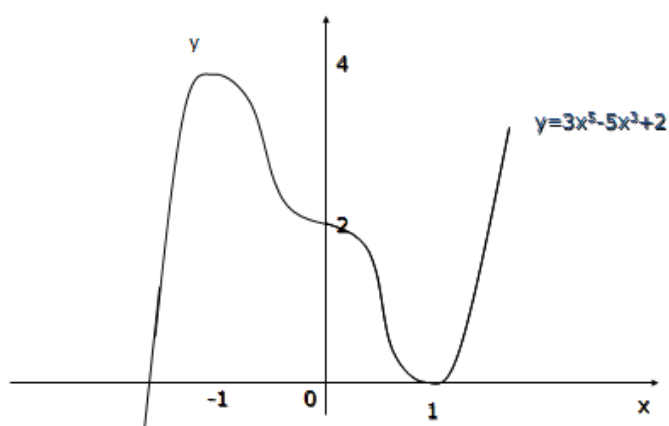
Полученные результаты занесем в таблицу

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$$

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 0)$	0	$(0; 1)$	1	$(1; \infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	-	0	+
$f(x)$	↑	4	↓		↓	2	↑
		\max				\min	

5. Построим график:

График функции $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$



Задание для самостоятельного решения:

ВАРИАНТ 1

Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = 2 + 3x - x^3$$

ВАРИАНТ 2

Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x$$

ВАРИАНТ 3

Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

ВАРИАНТ 4

Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = -x^4 + 8x^2 - 16$$

ВАРИАНТ 5

Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$$

ВАРИАНТ 6

Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$$

Контрольные вопросы:

Сформулируйте с и поясните схему исследования функции

Математический диктант №2

Задание: Запишите интегралы основных элементарных функций.

1. $\int 0 \, dx =$

2. $\int x^n \, dx =$

3. $\int e^x \, dx =$

4. $\int a^x \, dx =$

5. $\int \sin x \, dx =$

6. $\int \cos x \, dx =$

7. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} =$

8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} =$

9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$

10. $\int -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$

11. $\int \frac{dx}{1+x^2} =$

12. $\int -\frac{dx}{1+x^2} =$

Эталон ответа:

1. $\int 0 \, dx = C$

2. $\int x^n \, dx = \begin{cases} \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, & n \neq -1 \\ \ln |x| + C, & n = -1 \end{cases}$

3. $\int e^x \, dx = e^x + C$

4. $\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

5. $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$

6. $\int \cos x \, dx = \sin x + C$

7. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$
9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{arcsin} x + C$
10. $\int -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{arccos} x + C$
11. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$
12. $\int -\frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arcctg} x + C$

Практическая работа №5

Тема: Вычисление интегралов методом заменой переменной и по частям.

Пример 1: Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$

$$\begin{aligned} \text{Решение: } \int \frac{dx}{x \ln^2 x} &= \left| \begin{array}{l} \ln x = t; \\ dt = \frac{1}{x} dx \end{array} \right| = \int \frac{dt}{t^2} = \int t^{-2} dt = \frac{t^{-2+1}}{-2+1} + C = \\ &= -\frac{1}{t} + C = -\frac{1}{\ln x} + C \end{aligned}$$

Пример 2: Найти неопределенный интеграл $\int \operatorname{ctg} x dx$

$$\begin{aligned} \text{Решение: } \int \operatorname{ctg} x dx &= \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \left| \begin{array}{l} \sin x = t; \\ dt = \cos x dx \end{array} \right| = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C = \\ &= \ln|\sin x| + C \end{aligned}$$

Пример 3: Найти неопределенный интеграл $\int \frac{e^x dx}{\cos^2 e^x}$

$$\text{Решение: } \int \frac{e^x dx}{\cos^2 e^x} = \left| \begin{array}{l} e^x = t \\ dt = e^x dx \end{array} \right| = \int \frac{dt}{\cos^2 t} = \operatorname{tg} t + C = \operatorname{tg} e^x + C$$

Пример 4: Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{4+25x^2}$

$$\begin{aligned} \text{Решение: } \int \frac{dx}{4+25x^2} &= \int \frac{dx}{2^2 + (5x)^2} = \left| \begin{array}{l} 5x = t \\ dt = 5dx \\ dx = \frac{1}{5} dt \end{array} \right| = \int \frac{\frac{1}{5} dt}{2^2 + t^2} = \\ &= \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{t}{2} + C = \frac{1}{10} \operatorname{arctg} \frac{5x}{2} + C. \end{aligned}$$

Задание для самостоятельной работы.

1 – Вариант

Найти неопределенный интеграл методом подстановки:

1. $\int \frac{3x dx}{(x^2 + 9)^2}$

2. $\int 4 \cdot e^{8x^2} \cdot x dx$

Найти неопределенный интеграл методом «интегрирование по частям»:

$$\int x^2 \sin x dx$$

2 – Вариант

Найти неопределенный интеграл методом подстановки:

1. $\int 0,5 \cdot e^{3x^2} \cdot x dx$

2. $\int \frac{5x dx}{(x^2 - 2)^3}$

Найти неопределенный интеграл методом «интегрирование по частям»:

$$\int x \cos x dx$$

3 – Вариант

Найти неопределенный интеграл методом подстановки:

1. $\int \left(\frac{3}{x-3} \right) dx$

2. $\int \sqrt{x^2 + 3} \cdot x dx$

Найти неопределенный интеграл методом «интегрирование по частям»:

$$\int x \ln x dx$$

4 – Вариант

Найти неопределенный интеграл методом подстановки:

$$1. \quad \int 6\sqrt{x^2 + 1} \, x dx$$

$$2. \quad \int \left(\frac{4}{x-1} \right) dx$$

Найти неопределенный интеграл методом «интегрирование по частям»:

$$\int (4x^3 + 6x - 7) \ln x \, dx$$

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение неопределенного интеграла.
2. Перечислите свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица основных интегралов.
4. Интегрирование методом подстановки.

Практическая работа №6

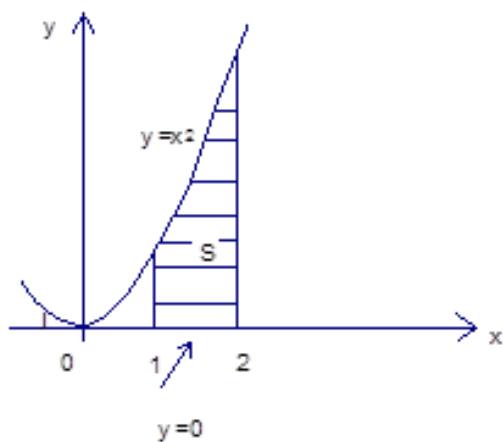
Тема: Определённый интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определённых интегралов. Применение определённого интеграла для вычисления площадей плоских фигур.

Пример 1

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 0, x = 1, x = 2$.

Решение.

Искомая площадь:



Формула:

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

Это общая формула. Конкретно к нашему случаю она применима так:

Пределы интегрирования $a = 1, b = 2, f(x) = x^2$.

$$S = \int_1^2 x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 \Big|_1^2 = \frac{1}{3} (2^3 - 1^3) = \frac{7}{3}.$$

Ответ: $\frac{7}{3}$

Если плоская фигура (рис. 1) ограничена линиями $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$, где $f_2(x) \geq f_1(x)$ для всех $x \in [a, b]$, и прямыми $x = a$, $x = b$, то ее площадь вычисляется по формуле:

$$S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx.$$

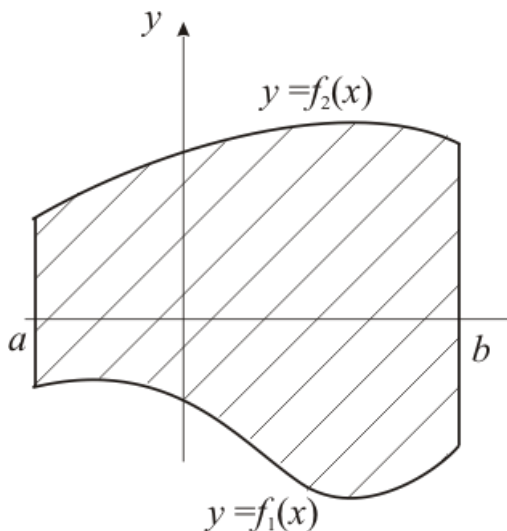


Рис. 1

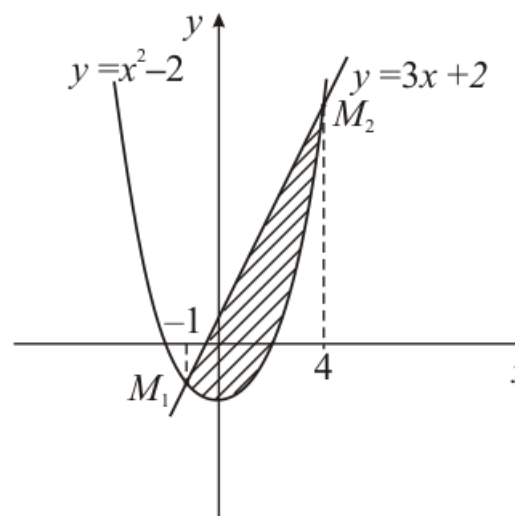


Рис. 2

Пример 2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 2, \quad y = 3x + 2.$$

Решение. Построим схематический рисунок (рис. 2). Для построения параболы возьмем несколько точек:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
---	---	---	----	---	----	---	----	---	----

y	-2	-1	-1	2	2	7	7	14	14
---	----	----	----	---	---	---	---	----	----

Для построения прямой достаточно двух точек, например $(0, 2)$ и $(-1, -1)$.

Найдем координаты точек M_1 и M_2 пересечения параболы $y = x^2 - 2$ и прямой $y = 3x + 2$.

Для этого решим систему уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = 3x + 2. \end{cases} \Rightarrow x^2 - 2 = 3x + 2, \quad x^2 - 3x - 4 = 0, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = 4.$$

Тогда $y_1 = 3 \cdot (-1) + 2 = -1$, $y_2 = 3 \cdot 4 + 2 = 14$.

Итак, $M_1(-1, -1)$, $M_2(4, 14)$.

Площадь полученной фигуры найдем по формуле

$$S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx, \quad \text{в которой}$$

$$f_2(x) = 3x + 2, \quad f_1(x) = x^2 - 2,$$

поскольку $f_2(x) \geq f_1(x)$ для всех $x \in [-1, 4]$.

Получим:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^4 (3x + 2 - (x^2 - 2)) dx = \int_{-1}^4 (3x - x^2 + 4) dx = \left(\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_{-1}^4 = \\ &= \frac{3 \cdot 4^2}{2} - \frac{4^3}{3} + 4 \cdot 4 - \left(\frac{3 \cdot (-1)^2}{2} - \frac{(-1)^3}{3} + 4 \cdot (-1) \right) = 24 - \frac{64}{3} + 16 - \frac{3}{2} - \frac{1}{3} + 4 = \\ &= 44 - \frac{65}{3} - \frac{3}{2} = \frac{125}{6} = 20 \frac{5}{6} \text{ (кв.ед.)} \end{aligned}$$

Задание для самостоятельного решения:

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями.

1. $y = x^3, y = 0, x = -2, x = 0$

2. $y = x^2, y = 0, x = -3, x = 0$

$$3. \quad y = x^3, y = 0, x = -1, x = 2$$

$$4. \quad y = x^3, y = 0, x = -1, x = 3$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями.

$$1. \quad y = x^2 - 2, y = 1 - 2x$$

$$2. \quad y = x^3, y = 8, x = 0$$

$$3. \quad y = 3x^2 + 1, y = 3x + 6$$

$$4. \quad y = x^2, y = x + 1$$

Контрольные вопросы:

1. Сформулировать определение определенного интеграла.
2. Сформулировать геометрический смысл определенного интеграла.
3. Записать формулы для вычисления площади плоской фигуры.

Раздел 4. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Практическая работа №7.

Тема: Вычисление вероятностей сложных событий.

Пример 1

В ящике в случайном порядке разложены 20 деталей, причем пять из них стандартные. Рабочий берет наудачу три детали. Найти вероятность того, что, по крайней мере, одна из взятых деталей окажется стандартной (событие A).

Решение:

очевидно, что, по крайней мере, одна из взятых деталей окажется стандартной, если произойдет любое из трех несовместных событий: B – одна деталь стандартная, две нестандартные; C – две детали стандартные, одна нестандартная; D – три детали стандартные.

Т.о., событие A можно представить в виде суммы этих трех событий: $A = B + C + D$.

Тогда $P(A) = P(B) + P(C) + P(D)$.

Вычислим вероятность каждого события:

$$P(B) = \frac{C_5^1 \cdot C_{15}^2}{C_{20}^3} = \frac{5 \cdot 15 \cdot 14}{1 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{35}{76}$$

$$P(C) = \frac{C_5^2 \cdot C_{15}^1}{C_{20}^3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18} = \frac{5}{38}$$

$$P(D) = \frac{C_5^3}{C_{20}^3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18} = \frac{1}{114}$$

Итак,

$$P(A) = \frac{35}{76} + \frac{5}{38} + \frac{1}{114} = \frac{137}{228} = 0,601$$

Пример 2

Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным либо 3, либо 5, либо тому и другому одновременно?

Решение:

пусть A – число кратно 3, B – число кратно 5. Всего имеется 90 двузначных чисел: 10, 11, ..., 98, 99. Из них 30 – кратные 3, 18 – кратные 5 и шесть чисел одновременно кратны и 3 и 5, поэтому:

$$P(A) = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}, \quad P(B) = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}, \quad P(AB) = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}.$$

Т.к. A и B совместные события, то по формуле имеем:

$$P(A) = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{15} = \frac{7}{15} = 0,467.$$

Пример 3

В первой урне 7 белых и 3 чёрных шара; во второй – 3 белых и 7 чёрных шаров. Из каждой урны наудачу вынимают 1 шар. Какова вероятность того, что оба вынутых шара белые?

Решение:

Событие A – вынутый белый шар из первой урны; B – вынутый белый шар из второй урны. События A и B – независимые, поэтому применяем формулу умножения вероятностей независимых событий.

Найдём вероятности событий: $P(A) = 7/10 = 0,7$; $P(B) = 3/10 = 0,3$

$$P(AB) = 0,7 \cdot 0,3 = 0,21$$

Ответ: 0,21

Пример 4

В магазин поступила новая продукция с трех предприятий. Процентный состав этой продукции следующий: 20% - продукция первого предприятия, 30% - продукция второго предприятия, 50% - продукция третьего предприятия; далее, 10% продукции первого предприятия высшего сорта, на втором предприятии - 5% и на третьем - 20% продукции высшего сорта. Найти вероятность того, что случайно купленная новая продукция окажется высшего сорта.

Решение.

Обозначим через B событие, заключающееся в том, что будет куплена продукция высшего сорта, через A_1, A_2, A_3 обозначим события, заключающиеся в покупке продукции, принадлежащей соответственно первому, второму и третьему предприятиям.

Можно применить формулу полной вероятности, причем в наших обозначениях:

$$\begin{aligned}P(A_1) &= 0,2 & P(B|A_1) &= 0,1 \\P(A_2) &= 0,3 & P(B|A_2) &= 0,05 \\P(A_3) &= 0,5 & P(B|A_3) &= 0,2\end{aligned}$$

Подставляя эти значения в формулу полной вероятности, получим искомую вероятность:

$$P(B) = 0,2 \cdot 0,1 + 0,3 \cdot 0,05 + 0,5 \cdot 0,2 = 0,135.$$

Пример 5

В урне 20 белых и 10 черных шаров. Вынули 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Найти вероятность того, что из четырех вынутых шаров окажется 2 белых.

Решение.

Событие A – достали белый шар. Тогда вероятности

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(\bar{A}) = \frac{1}{3}.$$

По формуле Бернулли требуемая вероятность равна

$$P_4(2) = C_4^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{27}.$$

Задание для самостоятельного решения:

Решите задачи.

а) Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

б) В первой урне находятся 10 белых и 4 черных шаров, а во второй 5 белых и 9 черных шаров. Из каждой урны вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

в) В магазин поступила новая продукция с трех предприятий. Процентный состав этой продукции следующий: 70% - продукция первого предприятия, 20% - продукция второго предприятия, 10% - продукция третьего предприятия; далее, 20% продукции первого предприятия высшего сорта, на втором предприятии - 10% и на третьем - 30% продукции высшего сорта. Найти вероятность того, что случайно купленная новая продукция окажется высшего сорта.

г) В урне 10 белых и 20 черных шаров. Вынули 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Найти вероятность того, что из пяти вынутых шаров окажется 3 белых.

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте определение вероятности события.
2. Сформулируйте теоремы сложения несовместных и совместных событий.
3. Сформулируйте теорему произведения независимых событий.
4. Формула полной вероятности. Формула Бернулли.

Практическая работа №9

Тема: Составление статистического распределения выборки, построение гистограммы.

Пример:

Дана таблица распределения данных:

в выборке число x_i встречается n_i раз ($i = 1, \dots, 6$). Найти \bar{x} и D_E .

i	n _i	x _i
1	5	-2
2	15	-1
3	50	0
4	16	1
5	10	2
6	4	3

Для удобства вычислений добавим столбцы $n_i x_i$, $n_i x_i^2$ и строку Σ (сумм по столбцу):

i	n _i	x _i	n _i x _i	n _i x _i ²
1	5	-2	-10	20
2	15	-1	-15	15
3	50	0	0	0
4	16	1	16	16
5	10	2	20	40
6	4	3	12	36
Σ	100		23	127

По формуле (15.1) выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{100} 23 = 0,23,$$

а по (15.2) выборочная дисперсия

$$D_E = \frac{1}{100} (127 - 100 \cdot (0,23)^2) \approx 1,22.$$

Задание для самостоятельного решения

Пример. Работников предприятия попросили с точностью до 10 минут оценить время, которое они тратят на дорогу до работы. Было опрошено 50 человек.

Полученные результаты были следующими: 20, 100, 20, 30, 40, 50, 30, 80, 90, 40, 30, 50, 20, 50, 30, 30, 50, 60, 60, 50, 30, 40, 60, 50, 100, 60, 90, 10, 20, 50, 90, 80, 20, 40, 50, 10, 50, 40, 30, 40, 60, 120, 30, 40, 60, 20, 60, 10, 50, 60.

Составьте таблицу распределения данных.

Найдите числовые характеристики данных измерения:

выборочное среднее \bar{X} , размах выборки, выборочную дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

Постройте полигон частот.

2.2 Задания для промежуточного контроля.

Тестовое задание №2

Время выполнения теста: 45 мин.

Количество заданий: 19

Тип заданий: закрытый.

Форма тестовых заданий: задание с выбором одного ответа из 4 предложенных.

1 вариант

Задание 1

Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x-24}{3+2x}$ равно:

а) 6

б) ∞

в) 0

г) 1

Задание 2

Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$ равно:

а) 0

б) 1

в) 4

г) ∞

Задание 3

Производная функции $y = x^2 \cdot \sin x$ имеет вид:

а) $y' = 2x \cdot \cos x$

б) $y' = 2x + \cos x$

в) $y' = 2x \cdot \sin x - x^2 \cdot \cos x$

г) $y' = 2x \cdot \sin x + x^2 \cdot \cos x$

Задание 4

Производная функции $y = (2x - 1)^5$ равна:

а) $y' = 5(2x - 1)^4$

б) $y' = 10(2x - 1)^4$

в) $y' = 10x$

г) $y' = 5(2x - 1)^5$

Задание 5

Функция $f(x) = -3x^2 + 6x - 1$ имеет экстремум в точке:

а) (1;-4)

б) (-1;-10)

в) (0;-1)

г) (-3;8)

Задание 6

Множество всех первообразных функций $y = 2\sin x$ имеет вид:

а) $-2\cos x$

б) $2\cos x$

в) $-2\cos x + C$

г) $2\cos x + C$

Задание 7

Интеграл $\int_0^1 (3 + 2x)dx$ равен:

а) 0

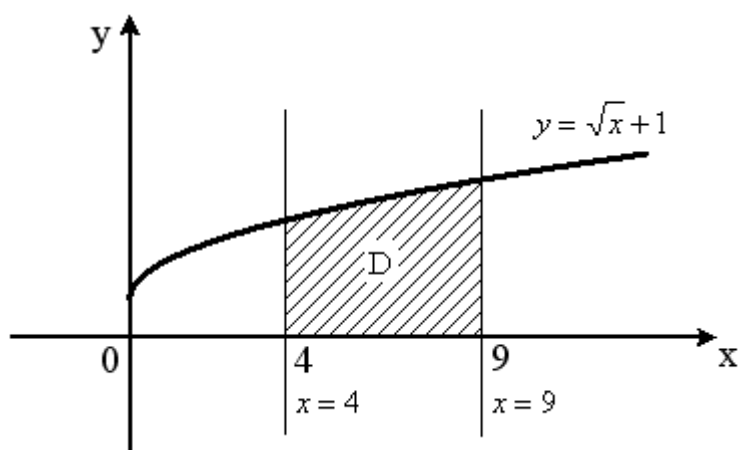
б) 2

в) 5

г) 4

Задание 8

Площадь криволинейной трапеции (D) определяется интегралом:



$$\text{а) } \int_9^4 (\sqrt{x} + 1) dx$$

$$\text{б) } \int_4^9 \sqrt{x} dx$$

$$\text{в) } \int_4^9 (\sqrt{x} + 1) dx$$

$$\text{г) } \int_0^4 (\sqrt{x} + 1) dx$$

Задание 9

В результате подстановки $t = 2 + 5x$ интеграл $\int (2 + 5x)^3 dx$ приводится к виду:

$$\text{а) } 5 \int t^3 dt$$

$$\text{б) } \frac{1}{5} \int t^3 dt$$

$$\text{в) } \int t^3 dt$$

$$\text{г) } \int t^3 dx$$

Задание 10

Вычислите число сочетаний: C_7^4

$$\text{а) } 28$$

$$\text{б) } 14$$

$$\text{в) } 35$$

$$\text{г) } 54$$

Задание 11

Из 25 учащихся в классе 20 сделали прививки. Наудачу выбирают ученика. Тогда вероятность, что выбрали ученика, которому была сделана прививка, равна...

$$\text{а) } 0,8$$

$$\text{б) } 0,08$$

$$\text{в) } 0,5$$

$$\text{г) } 0,2$$

Задание 12

Вероятность появления одного из двух несовместных событий А и В (безразлично какого), вероятности которых соответственно $P(A)=0,1$; $P(B)=0,8$ равна...

$$\text{а) } 0,45$$

$$\text{б) } 0,8$$

$$\text{в) } 0,1$$

$$\text{г) } 0,9$$

Задание 13

Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины X имеет вид:

X	4	6	9
P	P_1	0,3	0,4

тогда вероятность P_1 равна...

- а) 0,2
б) 0,7
в) 0,5
г) 0,3

Задание 14

Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ x & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Вероятность того, что в результате испытания X примет значение из интервала $(1,5;2)$ равна...

- а) 1
б) 0
в) -0,5
г) 0,5

Задание 15

Математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной законом распределения

X	2	5	8
P	0,2	0,3	0,5

равно...

- а) 5
б) 5,9
в) 15
г) 1

Задание 16

Математическое ожидание квадрата случайной величины, заданной законом распределения

X	-1	0	2
P	0,2	0,2	0,6

равно $M(X^2) = 2,6$, тогда дисперсия равна...

а) 1,6

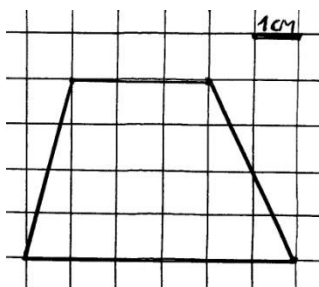
б) 1,5

в) 1

г) 3,6

Задание 17

Площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{см} \times 1\text{см}$, равна...



а) 18

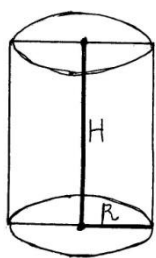
б) 12

в) 16

г) 36

Задание 18

Площадь боковой поверхности прямого кругового цилиндра с радиусом $R=2$ и высотой $H=5$ равна...



а) 7π

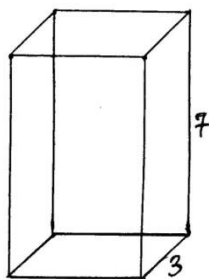
б) 10π

в) 20π

г) 5π

Задание 19

Объём правильной четырёхугольной призмы, изображенной на рисунке равен...



а) 21

б) 63

в) 10

г) 42

2 вариант

Задание 1

Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2+8}{5+x}$ равно:

а) ∞

б) -3

в) 0

г) 5

Задание 2

Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin x}$ равен:

а) 2

б) 0

в) ∞

г) $\frac{1}{2}$

Задание 3

Производная функции $y = e^x \cdot \ln x$ имеет вид:

а) $y' = e^x \cdot \frac{1}{x}$

б) $y' = e^x + \frac{1}{x}$

в) $y' = e^x \cdot \ln x - e^x \cdot \frac{1}{x}$

г) $y' = e^x \cdot \ln x + e^x \cdot \frac{1}{x}$

Задание 4

Производная функции $y = (3x + 1)^3$ имеет вид:

а) $y' = (3x + 1)^2$

б) $y' = 3(3x + 1)^2$

в) $y' = 9(3x + 1)^2$

г) $y' = 9$

Задание 5

Функция $f(x) = 3 - 10x + 5x^2$ имеет экстремум в точке:

а) $(1; -2)$

б) $(0; 3)$

в) $(3; 15)$

г) $(1; 1)$

Задание 6

Множество всех первообразных функций $y = 2e^x$ имеет вид:

а) e^x

б) $2e^x + C$

в) $2e^x$

г) $\frac{1}{2}e^x + C$

Задание 7

Интеграл $\int_0^1 (-x^2 + 3)dx$ равен:

а) 2

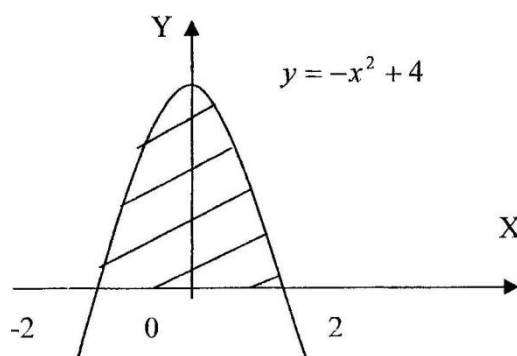
б) -1

в) $2\frac{1}{3}$

г) 0

Задание 8

Площадь (S) заштрихованной фигуры определяется интегралом:



а) $\int_{-2}^2 (-x^2 + 4)dx$

б) $\int_0^2 (-x^2 + 4)dx$

в) $\int_2^{-2} (-x^2 + 4)dx$

г) $\left| \int_2^{-2} (-x^2 + 4)dx \right|$

Задание 9

В результате подстановки $t = 1 - 12x$ интеграл $\int (1 - 12x)^5 dx$ приводится к виду:

а) $-12 \int t^5 dt$

б) $\int t^5 dt$

в) $\int t^5 dx$

г) $-\frac{1}{12} \int t^5 dt$

Задание 10

Вычислить число размещений: A_5^3

а) 53

б) 15

в) 125

г) 60

Задание 11

В партии из 10 деталей имеются 4 бракованных. Какова вероятность того, что наудачу выбранная деталь окажется бракованной.

- [illegible]

Задание 12

Вероятность появления одного из двух несовместных событий А и В, вероятности которых соответственно $P(A)=0,4$; $P(B)=0,3$, равна...

- a) 0,12 б) 0,1
в) 0,3 г) 0,7

Задание 13

Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины X имеет вид:

X	2	5	8
P	0,1	P_2	0,6

тогда вероятность P_2 равна...

- а) 0
б) 0,7
в) 0,3
г) 0,5

Задание 14

Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{npu } x \leq 0 \\ 2x + 1 & \text{npu } 0 < x \leq 3 \\ 1 & \text{npu } x > 3 \end{cases}$$

Вероятность того, что в результате испытания X примет значение из интервала $(3,5;7)$ равна...

- а) 0
б) -0,5
в) 3
г) 1

Задание 15

Математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной законом распределения

X	1	3	6
P	0,1	0,6	0,3

равно...

а) 0,9

б) 10

в) 1

г) 3,7

Задание 16

Математическое ожидание квадрата случайной величины, заданной законом распределения

X	-2	0	1
P	0,5	0,2	0,3

равно $M(X^2) = 2,3$, тогда дисперсия равна...

а) 0,7

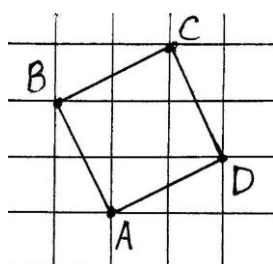
б) 1,7

в) 2

г) 1,81

Задание 17

Площадь квадрата ABCD, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{см} \times 1\text{см}$ равна...



а) 1

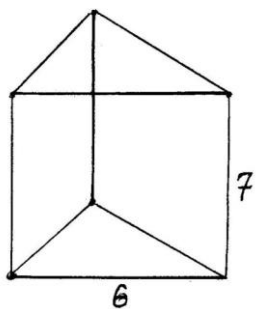
б) 4

в) 5

е) 10

Задание 18

Площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, изображенной на рисунке равна...



а) 42

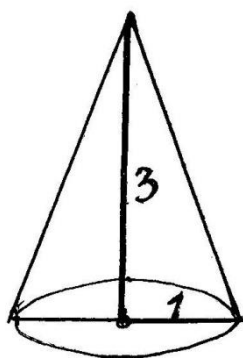
б) 49

в) 13

г) 126

Задание 19

Объём прямого кругового конуса с радиусом $R=1$ и высотой $H=3$ равен...



а) 3

б) 3π

в) π

г) 9π

«Ключ»

№ задания	ответы			
	1 вариант			
	а	б	в	г
1	+			
2			+	
3				+
4		+		
5	+			
6			+	
7				+
8			+	
9		+		
10			+	
11	+			
12				+
13				+
14	+			

№ задания	ответы			
	2 вариант			
	а	б	в	г
1		+		
2	+			
3				+
4			+	
5	+			
6		+		
7			+	
8	+			
9				+
10				+
11		+		
12				+
13			+	
14				+

15		+				15				+
16	+					16				+
17	+					17			+	
18			+			18				+
19		+				19			+	

Критерии оценивания: 18-19 (верно) – «5»; 14-17 (верно) – «4»; 10-13 (верно) – «3»

3. Рекомендуемая литература и иные источники

1. Григорьев, В. П. Математика: учебник / В. П. Григорьев, Т. Н. Сабурова. - 2-е изд., стер. – М.: Академия, 2023. - 368 с.

2. Григорьев, В. П. Сборник задач по высшей математике [Текст]: учеб. пособие / В. П. Григорьев, Т. Н. Сабурова. - 2-е изд., стер. – М.: Академия, 2023. - 160 с. - (Профессиональное образование).

3.1 Основные электронные издания

1. Башмаков, М. И. Математика: сборник задач профильной направленности: учебное пособие / М. И. Башмаков. – 3-е изд., стер. – М.: Академия, 2021. – 208 с.: ил. – (Профессиональное образование). – URL: <https://academia-moscow.ru/reader/?id=427796> (дата обращения: 12.01.2023). – ISBN 978-5-4468-8658-6. – Текст: электронный.

3.2. Дополнительные источники

1. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов [Электронный ресурс] / Режим доступа: www.fcior.edu.ru
2. Математика в Открытом колледже <http://www.mathematics.ru>
3. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>
4. Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО) <http://www.mccme.ru>
5. Вся математика в одном месте <http://www.allmath.ru>
6. Образовательный математический сайт Exponenta.ru <http://www.exponenta.ru>
7. Электронная библиотека Издательский центр «Академия».