

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Троицкий технологический техникум»

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ЦМК

Сабирова О.В.

«26» мая 2023 г.

**Комплект
оценочных средств по учебной дисциплине**

ЕН.01 Математика

Образовательной программы среднего профессионального образования
(ОП СПО)
По специальности СПО

13.02.03 Электрические станции, сети и системы

Разработчик:
О.В. Орлова, преподаватель
математики, высшей
квалификационной категории
ГБПОУ «ТТТ»

Троицк, 2023 год

Содержание

1.	Паспорт комплекта оценочных средств.....
1.1.	Область применения комплекта контрольно-оценочных средств.....
1.2.	Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины.....
1.2.1.	Формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине.....
1.2.2.	Организация текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения учебной дисциплины.....
2.	Задания для контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины.....
2.1.	Задания для текущего контроля.....
2.2.	Задания для промежуточной аттестации.....
3.	Рекомендуемая литература и иные источники.....

1. Паспорт комплекта оценочных средств

1.1. Область применения комплекта оценочных средств

Комплект оценочных средств предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины (далее - УД) ЕН.01 Математика образовательной программы среднего профессионального образования (далее - ОП СПО) по специальности 13.02.03 Электрические станции, сети и системы.

Комплект оценочных средств позволяет оценивать:

1. Формирование элементов общих компетенций (ОК) и элементов профессиональных компетенций (ПК):

Общие и профессиональные компетенции	Показатели оценки результата	Средства проверки
1	2	3
ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.	Обосновывать подходящий метод для решения задачи, анализировать полученные результаты, критически оценивать их достоверность.	Тестирование, устный и письменный опрос, практические работы, математические диктанты, самостоятельные работы.
ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.	Применять средства информационных и коммуникационных технологий для решения профессиональных задач, владеть навыками распознавания и защиты информации.	
ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде	Применять и использовать преимущества командной и индивидуальной работы, обсуждать результаты совместной работы.	
ОК 09. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности	Применять информационные технологии для решения профессиональных задач, использовать современное	

	программное обеспечение.	
ПК 1.5. Оформлять техническую документацию по обслуживанию электрооборудования	Производить сложные вычислительные операции, работать с формулами, учитывать погрешности вычислений и измерений;	
ПК 1.6. Сдавать и принимать из ремонта электрооборудование	- производить сложные многоступенчатые операции с использованием калькулятора и различных прикладных компьютерных программ;	
ПК 2.3. Оформлять техническую документацию по эксплуатации электрооборудования	- вычислять сложные и простые проценты, выводить и использовать формулы для определения дефектов;	
ПК 3.1. Контролировать и регулировать параметры производства электроэнергии	-анализировать графики показателей испытаний и пробный пуск машин;	
ПК 3.2. Контролировать и регулировать параметры передачи электроэнергии	-решать технические задачи с применением математического анализа;	
ПК 3.3. Контролировать распределение электроэнергии и управлять им	- решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения,	
ПК 3.4. Оптимизировать технологические процессы в соответствии с нагрузкой на оборудование	- решать технические задачи с использованием технологических матриц;	
ПК 3.5. Определять технико-экономические показатели работы электрооборудования	- решать профессиональные задачи, используя элементы комбинаторики, теории вероятностей, математической статистики, элементов эконометрики.	
ПК 4.1. Определять причины неисправностей и отказов электрооборудования	-составлять сметы различных работ при решении прикладных стереометрических задачи.	
ПК 5.1. Планировать работу производственного подразделения	- составлять бизнес-план;	
	-решать профессионально-ориентированные задачи на составление уравнений и	

	неравенств.	
--	-------------	--

2. Оценка умений и усвоение знаний

Освоенные умения, усвоенные знания	Показатели результата	№№ заданий для проверки
1	2	3
Уметь решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.	Выполнение основные правила и методов математического анализа, теории комплексных чисел, теории вероятностей, линейной алгебры при решении прикладных задач.	П.Р.№14 П.Р.№9 С.Р.№4 Т.З.№3
Знать значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ;	Соответствие выбранных математических методов при освоении профессиональной образовательной программы.	С.Р.№3 С.Р.№5
Знать основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.	Соответствие выбранных математических методов при решении прикладных задач в области профессиональной деятельности. Соблюдение логической последовательности при решении прикладных задач в области профессиональной деятельности.	П.Р.№7 П.Р. №15
Знать основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;	Соответствие выбранных методов математического анализа, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики при решении задач. Обоснованность выбора и применения математических методов при решении задач. Соответствие этапов решения математической логике.	С.Р. №1 С.Р.№2 С.Р.№6
Знать основы интегрального и дифференциального исчисления.	Формулирование правил дифференцирования и перечисление производных основных элементарных функций. Перечисление табличных интегралов.	М.Д.№1 М.Д.№2

С.Р. – Самостоятельная работа

М.Д. – Математический диктант

Т.З. – Тестовые задания

П.Р. – Практическая работа

1.2 Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины

1.2.1. Формы промежуточной аттестации по УД

Таблица 3

Учебная дисциплина	Формы промежуточной аттестации
1	2
ЕН.01 Математика	Дифференцированный зачет

1.2.2. Организация текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения программы учебной дисциплины ЕН.01 Математика.

Текущий контроль проводится во время аудиторных занятий по математике в соответствии с учебным планом и рабочей программы ЕН.01 «Математика». Результаты обучения определяют, что обучающиеся должны знать, понимать и демонстрировать по завершении изучения дисциплины.

Для формирования, контроля и оценки результатов освоения учебной дисциплины используется система оценочных мероприятий, представляющая собой комплекс учебных мероприятий, согласованных с результатами обучения и сформулированных с учетом ФГОС СОО (предметные результаты по дисциплине) и ФГОС СПО.

2. Задания для контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины

2.1 Задания для текущего контроля.

Математический диктант №1

Тема: Дифференциальное исчисление

Задание:

сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций:

- | | |
|--------------------|---------------------------------|
| 1. $c' =$ | 8. $(\sin x)' =$ |
| 2. $(x^\alpha)' =$ | 9. $(\cos x)' =$ |
| 3. $(kx + b)' =$ | 10. $(\operatorname{tg} x)' =$ |
| 4. $(a^x)' =$ | 11. $(\operatorname{ctg} x)' =$ |
| 5. $(e^x)' =$ | 12. $(\arcsin x)' =$ |
| 6. $(\log_a x)' =$ | 13. $(\arccos x)' =$ |
| 7. $(\ln x)' =$ | 14. $(\arctg x)' =$ |

15. $(arcctgx)' =$
ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ
16. $(cu)' =$
17. $(u + v)' =$
18. $(u - v)' =$
19. $(uv)' =$

20. $\left(\frac{u}{v}\right)' =$
ПРОИЗВОДНАЯ
ФУНКЦИИ СЛОЖНОЙ

21. $f(\varphi(x))' =$

Этапон ответа:

1. $c' = 0$
2. $(x^\kappa)' = \kappa \cdot x^{\kappa-1}$
3. $(kx + b)' = k$
4. $(a^x)' = a^x \ln a$
5. $(e^x)' = e^x$
6. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
7. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
8. $(\sin x)' = \cos x$
9. $(\cos x)' = -\sin x$
10. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
11. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
12. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

13. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
14. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
15. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ
16. $(cu)' = cu'$
17. $(u + v)' = u' + v'$
18. $(u - v)' = u' - v'$
19. $(uv)' = u'v + uv'$
20. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
ПРОИЗВОДНАЯ
ФУНКЦИИ СЛОЖНОЙ
21. $f(\varphi(x))' = f'(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x)$

Математический диктант №2

Тема: Интегральное исчисление

Задание: Запишите интегралы основных элементарных функций.

1. $\int 0 \, dx =$
2. $\int x^n \, dx =$
3. $\int e^x \, dx =$
4. $\int a^x \, dx =$
5. $\int \sin x \, dx =$
6. $\int \cos x \, dx =$
7. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} =$
8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} =$
9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$
10. $\int -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$
11. $\int \frac{dx}{1+x^2} =$
12. $\int -\frac{dx}{1+x^2} =$

Эталон ответа:

1. $\int 0 \, dx = C$
2. $\int x^n \, dx = \begin{cases} \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, & n \neq -1 \\ \ln |x| + C, & n = -1 \end{cases}$
3. $\int e^x \, dx = e^x + C$
4. $\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
5. $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$
6. $\int \cos x \, dx = \sin x + C$

$$7. \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$8. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$9. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$$

$$10. \int -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos x + C$$

$$11. \int \frac{dx}{1+x^2} = \arctg x + C$$

$$12. \int -\frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arcctg} x + C$$

Самостоятельная работа №1

Тема: Дифференциальное исчисление

Вариант 1

1. Количество электричества, протекающее через проводник за время t , выражается формулой $q = 3t^2 + 5t + 2$ (q - в кулонах, t - в секундах). Найти силу тока в конце пятой секунды.
2. Найти производную $f'(x)$ при заданном значении аргумента:

$$f(x) = \frac{2}{2x^3 + 1}; \quad x = 1$$

3. Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = 2 + 3x - x^3$$

Вариант 2

1. Количество электричества, протекающее через проводник за время t , выражается формулой $q = 2t^2 + 6t - 1$ (q - в кулонах, t - в секундах). Найти силу тока в конце третьей секунды.
2. Найти производную $f'(x)$ при заданном значении аргумента:

$$f(x) = \frac{1}{(x^3 + 1)^2}; \quad x = 2$$

3. Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x$$

Вариант 3

1. Количество электричества, протекающее через проводник за время t , выражается формулой $q = 6t^2 + t + 9$ (q - в кулонах, t - в секундах). Найти силу тока в конце четвёртой секунды.

2. Найти производную $f'(x)$ при заданном значении аргумента:

$$f(x) = \sqrt{2 + x^2}; \quad x = 1$$

3. Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

Вариант 4

1. Количество электричества, протекающее через проводник за время t , выражается формулой $q = 9t^2 + 2t - 3$ (q - в кулонах, t - в секундах). Найти силу тока в конце десятой секунды.

2. Найти производную при заданном значении аргумента:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3}; \quad x = -1$$

3. Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = -x^4 + 8x^2 - 16$$

Эталон ответа:

Вариант 1

1. 35A

2. $-\frac{4}{3}$

3. $f_{\min}(-1) = 0, \quad f_{\max}(1) = 4$

Вариант 2

1. 18A

2. $-\frac{8}{27}$

3. $f_{\min}\left(\frac{2}{3}\right) = -1\frac{5}{27}, \quad f_{\max}(2) = 0$

Вариант 3

1. 49A

2. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

3. $f_{\min}(-1) = -4, \quad f_{\max}(-3) = 0$

Вариант 4

1. 182A
2. $-\frac{1}{2}$
3. $f_{\min}(0) = -16, \quad f_{\max}(-2) = 0, \quad f_{\max}(2) = 0$

Самостоятельная работа №2

Тема: Основные свойства комплексных чисел

Вариант 1

1) Найти сумму и произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = -7 - 8i$$

$$Z_2 = 3 - 4i$$

2) Найти разность и частное комплексных чисел:

$$Z_1 = 5 + 7i$$

$$Z_2 = -3 - 4i$$

3) Записать число в тригонометрической и показательной форме:

$$Z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

Вариант 2

1) Найти сумму и произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = -10 - 8i$$

$$Z_2 = 7 - 6i$$

2) Найти разность и частное комплексных чисел:

$$Z_1 = -3 + 4i$$

$$Z_2 = 1 - 4i$$

3) Записать число в тригонометрической и показательной форме:

$$Z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

Вариант 3

1) Найти сумму и произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = 2 - 3i$$

$$Z_2 = -1 + i$$

2) Найти разность и частное комплексных чисел:

$$Z_1 = -9 + 11i$$

$$Z_2 = -3 - 5i$$

3) Записать число в тригонометрической и показательной форме:

$$Z = 2 + 2i$$

Вариант 4

1) Найти сумму и произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = 1 + 2i$$

$$Z_2 = 2 - i$$

2) Найти разность и частное комплексных чисел:

$$Z_1 = 2 - 3i$$

$$Z_2 = -1 - 2i$$

3) Записать число в тригонометрической и показательной форме:

$$Z = 2\sqrt{3} - 2i$$

Этalon ответа:

Вариант 1

1) $-4 - 12i, \quad -53 + 4i$

2) $8 + 11i, \quad -\frac{43}{25} - \frac{1}{25}i$

3) $\cos \frac{11\pi}{6} + \sin \frac{11\pi}{6}i$

Вариант 2

1) $-3 - 14i, \quad -118 + 4i$

$$2) -4+8i, \quad -\frac{19}{17} - \frac{8}{17}i$$

$$3) \cos \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3}i$$

Вариант 3

$$1) 1-2i, \quad 1+5i$$

$$2) -6+16i, \quad -\frac{14}{17} - \frac{39}{17}i$$

$$3) 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4}i \right)$$

Вариант 4

$$1) 3+i, \quad 4+3i$$

$$2) 3-i, \quad \frac{4}{5} + \frac{7}{5}i$$

$$3) 4 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + \sin \frac{11\pi}{6}i \right)$$

Самостоятельная работа №3

Тема: Интегральное исчисление

Вариант 1

$$1. \int_0^2 \frac{x dx}{1+x^2}$$

2. Тело движется прямолинейно со скоростью $V = (2t^2 + 1) \text{м/сек}$. Найдите путь пройденный телом за первые 5 секунд.

Вариант 2

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$$

2. Тело движется по прямой со скоростью $V = (6t + 4) \text{м/сек}$. Найдите длину пути, пройденного телом за третью секунду.

Вариант 3

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+3\cos x} dx$$

2. Скорость тела, движущегося прямолинейно, задается формулой $V = (9t - 3t^2) \text{м/сек}$. Найдите путь, пройденный телом от начала его движения до остановки.

Эталон ответа:

Вариант 1

- 1) $\frac{1}{2} \ln 5$
- 2) 83

Вариант 2

- 1) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$
- 2) 19

Вариант 3

- 1) $-\frac{1}{3} \ln 4$
- 2) 13,5

Самостоятельная работа №4

Тема: Интегральное исчисление

Вариант 1

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:
 - a) $y + x^2 - 8 = 0$ и $y = x^2$
 - б) $y = \sin x$ при $0 \leq x \leq \pi$

Вариант 2

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:
 - a) $y = 6 - x$, $y = x^2 + 4$
 - б) $xy = 4$, $x + y - 5 = 0$

Эталон ответа:

Вариант 1

a) $S = 21\frac{1}{3}$ кв.ед.

б) $S = 2$ кв.ед.

Вариант 2

a) $S = 4\frac{1}{2}$ кв.ед.

б) $S = (7,5 - 8\ln 2)$ кв.ед.

Самостоятельная работа №5

Тема: Дифференциальные уравнения

Решите дифференциальные уравнения:

Вариант 1

$$1. \ 2dy\sqrt{x} = ydx$$

$$2. \ x^2dy = y^2dx$$

$$3. \ (x+2)dx = y^4dy$$

Вариант 2

$$1. \ xdy = ydx$$

$$2. \ \sqrt{xdy} = \sqrt{ydx}$$

$$3. \ y^2dx + (x-2)dy = 0$$

Вариант 3

$$1. \ x^3dy = y^3dx$$

$$2. \ \frac{dy}{\sqrt{x}} = \frac{3dx}{\sqrt{y}}$$

$$3. \ xydx = (1+x^2)dy$$

Этalon ответа:

Вариант 1

$$1) \quad y = e^{x^2+c}$$

$$2) \quad y = x + c$$

$$3) \quad 5x^2 + 20x = 2y^5 + c$$

Вариант 2

1) $y = xc$

2) $y = \left(-x^{\frac{1}{2}} + c\right)^2$

3) $y = \frac{1}{\ln|c(x-2)|}$

Вариант 3

1) $\frac{1}{y^2} = \frac{1}{x^2} + c$

2) $\frac{2y^{\frac{3}{2}}}{3} = 2x^{\frac{3}{2}} + c$

3) $y = (c(1 + x^2))^{\frac{1}{2}}$

Самостоятельная работа №6

Тема: Матрицы и определители.

Задание:

1. Найти матрицы:

- a) $2A$;
- б) $8B^T$;
- в) $2A+5B$;

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

2. Найти матрицу $C=AB$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -5 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$C = \begin{pmatrix} 8 & 1 & -14 \\ 2 & 9 & 0 \end{pmatrix}.$$

Этalon ответа:

1. а) $2A = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$

б) $8B^T = \begin{pmatrix} 16 & 8 \\ 24 & -16 \end{pmatrix}$

в) $2A + 5B = \begin{pmatrix} 16 & 25 \\ 13 & -8 \end{pmatrix}$

2. $C = \begin{pmatrix} 8 & 1 & -14 \\ 2 & 9 & 0 \end{pmatrix}.$

Практическая работа №7

Тема: «Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной форме»

Вариант 1

1) Найти произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = \frac{7}{2}(\cos 95^\circ + i \sin 95^\circ)$$

$$Z_2 = 2(\cos(-65^\circ) + i \sin(-65^\circ))$$

2) Найти частное комплексных чисел:

$$\frac{\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)}{\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)}$$

3) Выполнить действия:

$$(4+4i)^5$$

4) Запишите в алгебраической форме:

$$z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

Вариант 2

1) Найти произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = 8(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$$

$$Z_2 = 3(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)$$

2) Найти частное комплексных чисел:

$$\frac{\frac{1}{2} e^{i \frac{\pi}{4}}}{3e^{i \frac{2\pi}{3}}}$$

3) Выполнить действия:

$$(2 - 2i)^8$$

4) Запишите в алгебраической форме:

$$z = 10 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

Вариант 3

1) Найти произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = 0,5(\cos 17^\circ + i \sin 17^\circ)$$

$$Z_2 = 4(\cos 13^\circ + i \sin 13^\circ)$$

2) Найти частное комплексных чисел:

$$2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) / 3 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

3) Выполнить действия:

$$(1 - i)^4$$

4) Запишите в алгебраической форме:

$$z = 8 \left(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i \sin(-\frac{\pi}{6}) \right)$$

Эталон ответа:

Вариант 1

- 1) $7(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$
- 2) $(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$
- 3) $(4\sqrt{2})^5 \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$
- 4) $2\sqrt{3} + 2i$

Вариант 2

- 1) $24(\cos 35^\circ + i \sin 35^\circ)$

$$2) \frac{1}{6}e^{-\frac{5}{12}i}$$

$$3) 4096(\cos 14\pi + i \sin 14\pi)$$

$$4) 5 + 5\sqrt{3}i$$

Вариант 3

$$1) 2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$$

$$2) \frac{2}{3}\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)$$

$$3) 4(\cos 7\pi + i \sin 7\pi)$$

$$4) 4\sqrt{3} - 4i$$

Практическая работа №14

Тема: Решение прикладных задач с помощью производной.

Цель работы:

- закрепить навыки решения задач с использованием производной.

Обеспечение практической работы: методические указания для практической работы, средства вычислительной техники, линейка, карандаш.

Порядок выполнения работы:

1. Записать в тетрадь тему и цели практической работы.
2. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
3. Ознакомиться с методикой решения задач.
4. Решить задачи самостоятельно.
5. Ответить на контрольные вопросы.

Сведения из теории:

Определение : Производной функции $y = f(x)$ по аргументу x называется предел отношения ее приращения $\Delta f(x)$ к приращению Δx аргумента x , когда приращение аргумента стремится к нулю:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} .$$

Если этот предел конечный, то функция $y=f(x)$ называется **дифференцируемой** в точке x . Если же этот предел есть ∞ , то говорят, что функция $y=f(x)$ имеет в точке x бесконечную производную.

Механический смысл производной: скорость есть первая производная пути по времени, т.е. $v = S'(t)$, ускорение есть вторая производная пути по времени, т.е. $a = S''(t)$

Геометрический смысл производной: тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = f(x)$ равен первой производной этой функции , вычисленной в точке касания, т.е. $\tan \alpha = f'(x)$

Уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 :

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

Уравнение нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 :

$$y = f(x_0) - \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$

Таблица производных

$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(u + v - w)' = u' + v' - w'$	$(\sin x)' = \cos x$
$(C \cdot u)' = C \cdot u'$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
$(C)' = 0$	
$(x)' = 1$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
$(e^x)' = e^x$	
$(a^x)' = a^x \ln a$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$

Задания для самостоятельного решения:

Вариант 1

1. Найти скорость и ускорение в указанный момент времени для точки, движущейся прямолинейно, если движение точки задано уравнением: $s = t^3 + 5t^2 + 4$, $t = 2$
2. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = x + 3x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$ на отрезке $[-4; 3]$

Вариант 2

1. Найти скорость и ускорение в указанный момент времени для точки, движущейся прямолинейно, если движение точки задано уравнением:

$$s = 4t^3 + t^2 - 14, \quad t = 2$$

2. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = x^2 - 2$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3$ на отрезке $[-2; 2]$

Вариант 3

1. Найти скорость и ускорение в указанный момент времени для точки, движущейся прямолинейно, если движение точки задано уравнением:

$$s = t^2 + 11t + 30, \quad t = 3$$

2. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = -x^2 + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 + 5$ на отрезке $[-3; 2]$

Вариант 4

1. Найти скорость и ускорение в указанный момент времени для точки, движущейся прямолинейно, если движение точки задано уравнением:

$$s = 2t^3 + t^2 - 4, \quad t = 4$$

2. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = 2 + x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 3$ на отрезке $[-2; 3]$

Эталон ответа:

Вариант 1

1. $V = 32, \quad a = 22$
2. Уравнение касательной; $y = 7x - 3$,
уравнение нормали: $y = -\frac{1}{7}x + \frac{29}{7}$

3. $f_{\text{наиб}}(-3) = 81$. $f_{\text{наим}}(2) = -44$

Вариант 2

1. $V = 52$, $a = 50$
2. Уравнение касательной; $y = 4x - 6$,
уравнение нормали: $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{2}$
3. $f_{\text{наиб}}(2) = 16$. $f_{\text{наим}}(-2) = -16$

Вариант 3

1. $V = 17$, $a = 2$
2. Уравнение касательной; $y = -4x + 5$,
уравнение нормали: $y = \frac{1}{4}x - \frac{7}{2}$
3. $f_{\text{наиб}}(-3) = 14$. $f_{\text{наим}}(-2) = -27$

Вариант 4

1. $V = 104$, $a = 2$.
2. Уравнение касательной; $y = 2x + 1$,
уравнение нормали: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$
3. $f_{\text{наиб}}(3) = 24$. $f_{\text{наим}}(-2) = -11$

Контрольные вопросы:

1. Механический смысл производной.
2. Геометрический смысл производной.
3. Уравнение касательной.
4. Уравнение нормали.

Практическая работа №15

Тема: Решение прикладных задач с помощью производной и дифференциала.

Цель работы:

- овладеть умениями решения практических задач с использованием производной.

Обеспечение практической работы: методические указания для практической работы, средства вычислительной техники.

Порядок выполнения работы:

1. Записать в тетрадь тему и цели практической работы.
2. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
3. Ознакомиться с методикой решения задач.
4. Решить задачи самостоятельно.
5. Ответить на контрольные вопросы.

Применение производной для решения задач

Задача 1

Тело массой 4 кг движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 + t + 1$. Какова кинетическая энергия тела в конце третьей секунды движения после начала движения и сила, действующая на тело?

Дано:

$$M = 4 \text{ кг}$$

$$x(t) = t^2 + t + 1$$

$$t = 3 \text{ с}$$

$$W_k? F?$$

Решение: Скорость $v(t)$ есть функция времени, поэтому

$$\vartheta(t) = x'(t)$$

$$\vartheta(t) = 2t + 1$$

$$\vartheta(3) = 7 \text{ м/с}$$

В физике скорость изменения скорости называется ускорением.

$$a(t) = \dot{\vartheta}(t)$$

$$a(t) = 2 \text{ м/с}^2$$

Операция нахождения производной функции называется дифференцированием. С физической точки зрения дифференцирование – определение скорости изменения переменной величины. Производная, таким образом, играет роль скорости изменения зависимой переменной y по отношению к изменению независимой переменной x . Последняя не обязана иметь физический смысл времени.

$$W = \frac{m \vartheta^2}{2}$$

$$W = 98 \text{ Дж}$$

$$F = ma$$

$$F = 8 \text{ Н}$$

Ответ: 98 Дж; 8 Н.

Задача 2

Зависимость между массой вещества M , получаемого в химической реакции и временем t выражается уравнением: $M(t) = At^2 + Bt$, где A и B – постоянные. Какова скорость реакции?

Дано:

$$M(t) = At^2 + Bt$$

$\vartheta(t)$?

Решение:

Скорость химической реакции определяется: $\vartheta(t) = M'(t)$

$$\vartheta(t) = 2 At + B$$

Ответ: $2 At + B$

Задача 3

Конденсатор ёмкостью C и зарядом q_0 разряжается через резистор R по закону: $q = q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$. Найти скорость изменения заряда конденсатора. Какова скорость в начале разряда ($t = 0$)?

Дано:

$$Q = q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q'(t) ? q'(0) ?$$

Решение:

$$q'(t) = (q_0 e^{-\frac{t}{RC}})' = q_0 \left(e^{-\frac{t}{RC}} \right)' \cdot \left(-\frac{1}{RC} \right) = -\frac{q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$
$$q'(0) = -\frac{q_0}{RC}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}; -\frac{q_0}{RC}.$$

Задание для самостоятельной работы:

Вариант 1

1. Тело массой 2 кг движется прямолинейно по закону $x(t) = 2t^2 + t$.

Какова кинетическая энергия тела в конце второй секунды движения после начала движения и сила, действующая на тело?

2. Зависимость между массой вещества M , получаемого в химической реакции и временем t выражается уравнением: $M(t) = 4t^2 - 5t$. Какова скорость реакции?

Вариант 2

1. Тело массой 3 кг движется прямолинейно по закону $x(t) = 3t^2 + 1$. Какова кинетическая энергия тела в конце четвертой секунды движения после начала движения и сила, действующая на тело?
2. Зависимость между массой вещества M , получаемого в химической реакции и временем t выражается уравнением: $M(t) = Ct^3 - At$, где A и C – постоянные. Какова скорость реакции?

Эталон ответа:

Вариант 1

1. $W = 81\text{Дж}$, $F = 8\text{Н}$
2. $V(t) = 8t - 5$

Вариант 2

1. $W = 864\text{Дж}$, $F = 18\text{Н}$
2. $V(t) = 3Ct^2 - A$

Контрольные вопросы

1. Определение производной.
2. Физический смысл производной.

Практическая работа №9

Тема: Применение комплексных чисел при решении алгебраических задач.

Цель: овладение навыками решения квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом, извлечением корня из комплексного числа.

Обеспечение практической работы: методические указания для практической работы, средства вычислительной техники.

Порядок выполнения работы:

1. Записать в тетрадь тему и цели практической работы.
2. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
3. Ознакомиться с методикой решения задач.
4. Решить задачи самостоятельно.
5. Ответить на контрольные вопросы.

Сведения из теории:

Комплексным числом z является число вида: $z = a + bi$.

Рассмотрим на примере:

$$z = \sqrt{-4}$$

Если говорить о действительных числах, то, вы знаете, что корень из отрицательного числа нельзя извлекать. Однако в комплексных числах можно. Если конкретнее, 2 корня:

$$z_1 = \sqrt{-4} = -2i$$

$$z_2 = \sqrt{-4} = 2i$$

Выполним проверку:

$$(-2i)^2 = (-2)^2 \cdot i^2 = 4 \cdot (-1) = -4$$

$$(2i)^2 = 2^2 \cdot i^2 = 4 \cdot (-1) = -4$$

Что и требовалось доказать.

Зачастую используют сокращенную запись, корни записывают в одну строчку в таком виде: $z_{1,2} = \pm 2i$.

Такие корни являются **сопряженными комплексными корнями**.

Теперь вы знаете как можно извлечь квадратный корень из отрицательного числа. Приведем еще несколько примеров:

$$\sqrt{-1} = \pm i, \quad \sqrt{-9} = \pm 3i,$$

$$\sqrt{-36} = \pm 6i,$$

$$\sqrt{-3} = \pm \sqrt{3}i,$$

$$\sqrt{-5} = \pm \sqrt{5}i$$

и т.д.

В каждом случае получаем 2 сопряженных комплексных корня.

Пример:

Решим квадратное уравнение $z^2 - 6z + 34 = 0$.

Первым шагом определим дискриминант уравнения:

$$D = 36 - 136 = -100$$

Дискриминант оказался отрицательным, и в случае с действительными числами у уравнения нет решений, но у нас вариант с комплексными числами, поэтому можем продолжать решение:

$$\sqrt{D} = \pm 10i$$

Как известно из формул дискриминанта у нас образуется 2 корня:

$$z_{1,2} = \frac{6 \pm 10i}{2}$$

$z_{1,2} = 3 \pm 5i$ – сопряженные комплексные корни

Т.о., у уравнения $z^2 - 6z + 34 = 0$ есть 2 сопряженных комплексных корня:

$$z_1 = 3 - 5i,$$

$$z_2 = 3 + 5i$$

Теперь можно решить любое квадратное уравнение!

Задания для самостоятельного решения:

Решить квадратное уравнение

1. $x^2 + 2x + 26 = 0$
2. $x^2 - 2x + 5 = 0$
- 3.** $x^2 - 4x + 5 = 0$
4. $x^2 + 2x + 3 = 0$

Этапон ответа:

1. $x_1 = 1 - 5i, x_2 = 1 + 5i.$
2. $x_1 = 1 - 4i, x_2 = 1 + 4i.$

3. $x_1 = 2 - i, x_2 = 2 + i.$
4. $x_1 = -1 - \sqrt{2}i, x_2 = -1 + \sqrt{2}i.$

Контрольные вопросы:

1. Алгебраическая форма записи комплексного числа.
2. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.
3. Показательная форма записи комплексного числа.
4. Модуль комплексного числа.
5. Аргумент комплексного числа

2.2 Задания для промежуточной аттестации

Тестовое задание №3

Время выполнения теста: 45 мин.

Количество заданий: 23

Тип заданий: закрытый.

Форма тестовых заданий: задание с выбором одного ответа из 4 предложенных.

1 вариант

Задание 1

Значение предела $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{2-x}$ равно:

- | | |
|-------------|------|
| а) ∞ | б) 0 |
| в) 8 | г) 2 |

Задание 2

Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{x}$ равно:

- | | |
|-------------|------|
| а) 1 | б) 0 |
| в) ∞ | г) 6 |

Задание 3

Производная функции $y = e^x \cdot \ln x$ имеет вид:

- | | |
|---|---|
| а) $y' = e^x \cdot \frac{1}{x}$ | б) $y' = e^x + \frac{1}{x}$ |
| в) $y' = e^x \cdot \ln x - e^x \cdot \frac{1}{x}$ | г) $y' = e^x \cdot \ln x + e^x \cdot \frac{1}{x}$ |

Задание 4

Производная функции $y = (3x + 1)^3$ имеет вид:

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| а) $y' = (3x + 1)^2$ | б) $y' = 3(3x + 1)^2$ |
| в) $y' = 9(3x + 1)^2$ | г) $y' = 9$ |

Задание 5

Вторая производная $y''(x)$ функции $y(x) = 7 + 5x - x^2$ имеет вид:

a) $y'' = 5 - 2x$

б) $y'' = 0$

в) $y'' = 11$

г) $y' = -2$

Задание 6

Функция $f(x) = -3x^2 + 6x - 1$ имеет экстремум в точке:

а) $(1; -4)$

б) $(-1; -10)$

в) $(0; -1)$

г) $(-3; 8)$

Задание 7

Множество всех первообразных функций $y = 2e^x$ имеет вид:

а) e^x

б) $2e^x + C$

в) $2e^x$

г) $\frac{1}{2}e^x + C$

Задание 8

Интеграл $\int_0^2 (2 + 3x^2)dx$ равен:

а) 0

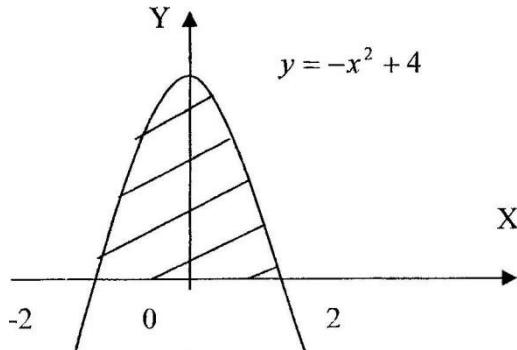
б) 14

в) 12

г) 5

Задание 9

Площадь (S) заштрихованной фигуры определяется интегралом:



а) $\int_{-2}^2 (-x^2 + 4)dx$

б) $\int_0^2 (-x^2 + 4)dx$

в) $\int_2^{-2} (-x^2 + 4) dx$

г) $\left| \int_2^{-2} (-x^2 + 4) dx \right|$

Задание 10

В результате подстановки $t = 1 - 12x$ интеграл $\int (1 - 12x)^5 dx$ приводится к виду:

а) $-12 \int t^5 dt$

б) $\int t^5 dt$

в) $\int t^5 dx$

г) $-\frac{1}{12} \int t^5 dt$

Задание 11

Дифференциальное уравнение $\frac{1}{\cos^2 y} dx - (6x + 1) dy = 0$ в результате разделения переменных сводится к уравнению:

а) $\frac{dx}{6x+1} = -\cos^2 y \cdot dy$

б) $dx = (6x + 1) \cos^2 y \cdot dy$

в) $\frac{1}{\cos^2 y} dx = (6x + 1) dy$

г) $\frac{dx}{6x+1} = \cos^2 y \cdot dy$

Задание 12

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

Вычислите определитель:

а) 58

б) 0

в) -15

г) 25

Задание 13

Найдите $-2B^T$, если $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

а) $-2B^T = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

б) $-2B^T = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$

в) $-2B^T = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

г) $-2B^T = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

Задание 14

Найти частные производные первого порядка функции $z = 2x^2y^3 + 3x^4 + 5y - 7$

a) $z'_x = 4xy^3 + 12x^3$; $z'_y = 6x^2y^2 + 5$

б) $z'_x = 4x + 12x^3$; $z'_y = 3y^2 + 5$

в) $z'_x = 2x^2 + 3x^4$; $z'_y = 3y^3 + 5y$

г) $z'_x = 4xy^3 + 12x^4$; $z'_y = 6x^2y^2 + 5y$

Задание 15

Найти произведение матриц AB , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

а) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

г) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

Задание 16

Произведение комплексных чисел $Z_1 = 1 + 2i$ и $Z_2 = 2 - i$ равна:

а) $2 + i$

б) $2 - 2i$

в) $3 - 2i$

г) $4+3i$

Задание 17

Найти скорость в указанный момент времени для точки, движущейся прямолинейно, если движение точки задано уравнением: $s = 2t^2 + 5t$, $t = 2$

а) 18

б) 14

в) 25

г) 13

Задание 18

Выполнить действия: $i^5 + i^{10} + i^{12} - i^7$

a) 0

б) $2i$

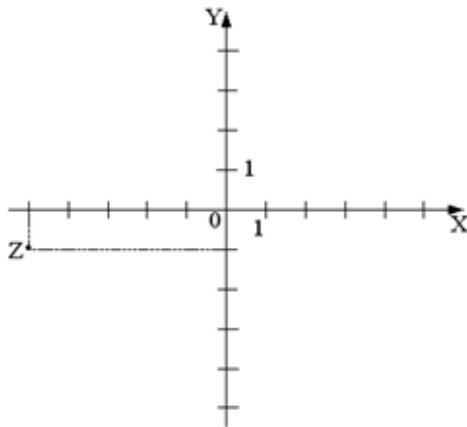
в) 1

г) $1-i$

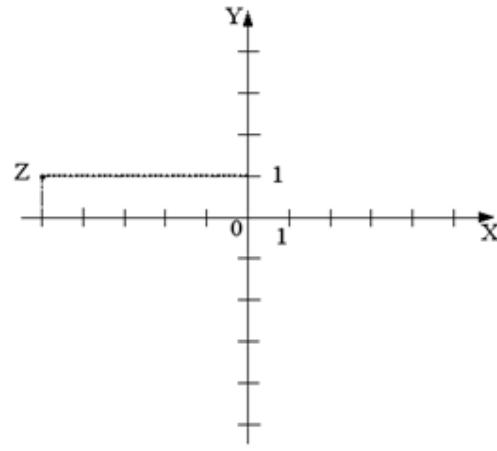
Задание 19

Изображение комплексного числа $z = -5 + i$ на комплексной плоскости OXY имеет вид:

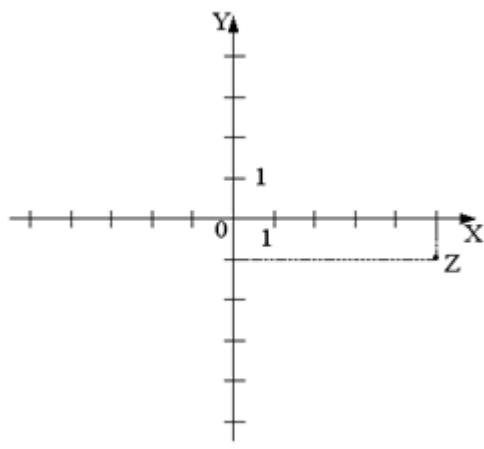
а)



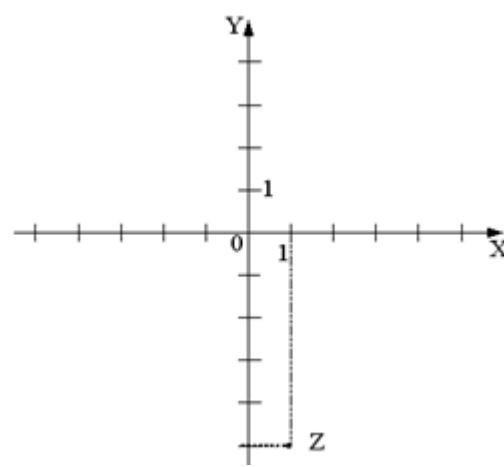
б)



в)



г)



Задание 20

Тригонометрическая форма комплексного числа, имеющего модуль $r = 4$ и аргумент $\varphi = \frac{\pi}{3}$ имеет вид:

а) $4 \left(\sin \frac{\pi}{3} + i \cos \frac{\pi}{3} \right)$

б) $4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

в) $4 \left(\sin \frac{\pi}{3} - i \cos \frac{\pi}{3} \right)$

г) $4 \left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

Задание 21

Число сопряженное числу $-4 + 2i$, имеет вид:

a) $4 - 2i$

б) $2 - 4i$

в) $4 + 2i$

г) $-4 - 2i$

Задание 22

Разность комплексных чисел $Z_1 = 3 - i$ и $Z_2 = 1 - 2i$ равна:

а) $2 + i$

б) $2 - 3i$

в) $4 - 3i$

г) $2 - i$

2 вариант

Задание 1

Значение предела $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 11}{8x^2 + 5}$ равно:

а) $-\frac{9}{13}$

б) $\frac{9}{3}$

в) $-\frac{11}{13}$

г) -3

Задание 2

Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin x}$ равен:

а) 2

б) 0

в) ∞

г) $\frac{1}{2}$

Задание 3

Производная функции $y = x^3 \cdot \cos x$ имеет вид:

а) $y' = 3x^2 \cdot \cos x$

б) $y' = 3x^2 \cdot \cos x - x^3 \sin x$

в) $y' = -3x^2 \cdot \sin x$

г) $y' = 3x^2 \cdot \cos x + x^3 \sin x$

Задание 4

Производная функции $y = (2x - 5)^4$ равна:

а) $y' = (2x - 5)^3$

б) $y' = 4(2x - 5)^3$

в) $y' = 8x$

г) $y' = 8(2x - 5)^3$

Задание 5

Вторая производная $y''(x)$ функции $y(x) = 7x^2 - 6x + 1$ имеет вид:

а) $y'' = 14x - 6$

б) $y'' = 0$

в) $y'' = 14$

г) $y'' = 14x$

Задание 6

Функция $f(x) = 3 - 10x + 5x^2$ имеет экстремум в точке:

а) $(1;-2)$

б) $(0;3)$

в) $(3;15)$

г) $(1;1)$

Задание 7

Множество всех первообразных функций $y = 3\cos x$ имеет вид:

а) $-3\sin x$

б) $3\sin x + C$

в) $-3\sin x + C$

г) $3\sin x$

Задание 8

Интеграл $\int_0^1 (-x^2 + 3)dx$ равен:

а) 2

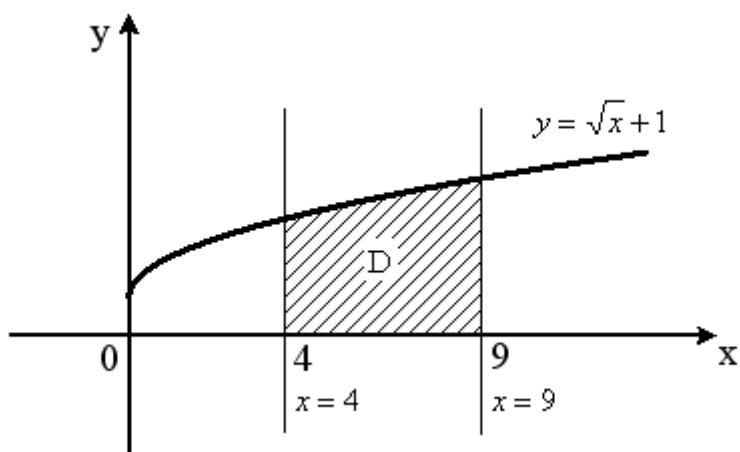
б) -1

в) $2\frac{1}{3}$

г) 0

Задание 9

Площадь криволинейной трапеции (D) определяется интегралом:



a) $\int_4^9 (\sqrt{x} + 1) dx$

б) $\int_4^9 \sqrt{x} dx$

в) $\int_4^9 (\sqrt{x} + 1) dx$

г) $\int_0^4 (\sqrt{x} + 1) dx$

Задание 10

В результате подстановки $t = 4x + 5$ интеграл $\int (4x + 5)^3 dx$ приводится к виду:

а) $\frac{1}{4} \int t^3 dt$

б) $4 \int t^3 dt$

в) $\int t^3 dt$

г) $\int t^3 dx$

Задание 11

Дифференциальное уравнение $y^2 dx + (x - 2) dy = 0$ в результате разделения переменных сводится к уравнению:

а) $y^2 dx = -(x - 2) dy$

б) $dx = -\frac{(x-2)dy}{y^2}$

в) $-\frac{dx}{x-2} = \frac{dy}{y^2}$

г) $\frac{dx}{x-2} = \frac{dy}{y^2}$

Задание 12

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

Вычислите определитель:

a) 6

б) -1

в) 0

г) 4

Задание 13

Найдите $3A^T$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

а) $3A^T = \begin{pmatrix} 6 & -9 \\ 3 & 12 \end{pmatrix}$

б) $3A^T = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -9 & 12 \end{pmatrix}$

в) $3A^T = \begin{pmatrix} -6 & 9 \\ -3 & -12 \end{pmatrix}$

г) $3A^T = \begin{pmatrix} 3 & 12 \\ 6 & -9 \end{pmatrix}$

Задание 14

Найти частные производные первого порядка функции

$$z = 2x^5 + 3x^2y + y^2 - 4x + 5y - 1$$

а) $z'_x = x^5 + x^2 - 4x ; z'_y = 3y + y^2 + 5y$

б) $z'_x = 10x^4 + 6xy - 4 ; z'_y = 3x^2 + 2y + 5$

в) $z'_x = 2x^5 + 3x^2 - 4x ; z'_y = y + y^2 + y$

г) $z'_x = x^5 + x^2 - x ; z'_y = y + y^2 + y$

Задание 15

Найти произведение матриц AB , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

а) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

г) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

Задание 16

Произведение комплексных чисел $Z_1 = 2 + i$ и $Z_2 = 3 - 2i$ равна:

а) $5 - 2i$

б) $6 - 2i$

в) $6 - 3i$

г) $8 - i$

Задание 17

Найти скорость в указанный момент времени для точки, движущейся прямолинейно, если движение точки задано уравнением: $s = t^3 + 2t^2$, $t = 3$

a) 45

б) 27

в) 39

г) 63

Задание 18

Выполнить действия: $i^{17} + i^9 + i^3 - i^5$

а) $i+1$

б) $2-i$

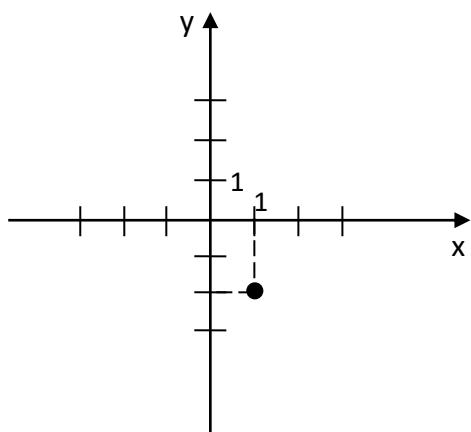
в) 1

г) 0

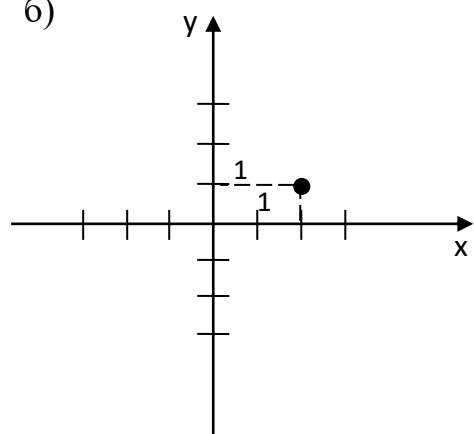
Задание 19

Изображение комплексного числа $z = 1 - 2i$ на комплексной плоскости OXY имеет вид:

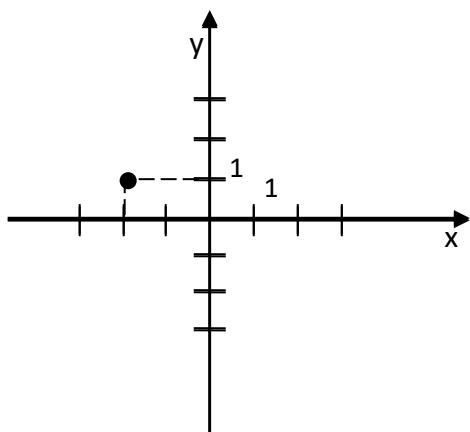
а)



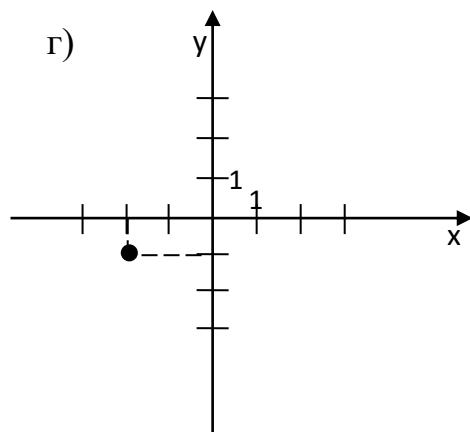
б)



в)



г)



Задание 20

Тригонометрическая форма комплексного числа, имеющего модуль $r = 2$ и аргумент $\varphi = \frac{\pi}{6}$ имеет вид:

a) $2\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$

б) $2\left(\sin \frac{\pi}{6} - i \cos \frac{\pi}{6}\right)$

в) $2\left(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}\right)$

г) $2\left(\sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6}\right)$

Задание 21

Число сопряженное числу $5+i$, имеет вид:

а) $-5+i$

б) $5-i$

в) $-5-i$

г) $-1-5i$

Задание 22

Произведение комплексных чисел $Z_1 = -1 + 2i$ и $Z_2 = 3 + i$ равно:

а) $-1+5i$

б) $-5+5i$

в) $1+5i$

г) $5+5i$

Эталоны ответов:

№ задания	ответы			
	1 вариант			
	а	б	в	г
1		+		
2				+
3				+
4			+	
5				+
6	+			
7		+		
8			+	

№ задания	ответы			
	2 вариант			
	а	б	в	г
1	+			
2	+			
3			+	
4				+
5				+
6	+			
7		+		
8			+	

9	+			
10				+
11				+
12	+			
13			+	
14	+			
15		+		
16				+
17				+
18		+		
19		+		
20		+		
21				+
22	+			

9			+	
10	+			
11				+
12				+
13	+			
14			+	
15			+	
16				+
17				+
18				+
19	+			
20	+			
21			+	
22			+	

Критерии оценивания: 20-22 (верно) – «5»; 16-19 (верно) – «4»; 12-15 (верно) – «3»

3. Рекомендуемая литература и иные источники

3.1 Основные печатные издания

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для студентов сред. проф. учреждений / С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина / под ред. В.А. Гусева. – 13-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2023. – 416 с:

3.2 Основные электронные издания

1. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. - URL: <http://school-collection.edu.ru/> (дата обращения: 08.07.2021). - Текст: электронный.
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». - URL: <http://window.edu.ru/> (дата обращения: 02.07.2021). - Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека (НЭБ). - URL: <http://www.elibrary.ru> (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
4. Открытый колледж. Математика. - URL: <https://mathematics.ru> / (дата обращения: 08.06.2021). - Текст: электронный.
5. Повторим математику. - URL: <http://www.matteachers.narod.ru> / (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
6. Средняя математическая интернет школа. - URL <http://www.bymath.net/> (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
7. Федеральный портал «Российское образование». - URL: <http://www.edu.ru/> (дата обращения: 02.07.2021). - Текст: электронный.
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов. - URL: <http://fcior.edu.ru/> (дата обращения: 01.07.2021). - Текст: электронный
9. ЭБС «Лань».