

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Троицкий технологический техникум»

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ЦМК

О.В. Сабирова

«24» мая 2024 г.

**Комплект
оценочных средств по учебной дисциплине**

**ОП. 01 Математические методы решения прикладных
профессиональных задач**

Основной профессиональной образовательной программы (ОПОП)
по специальности СПО

13.02.12 Электрические станции, сети, их релейная защита и автоматизация

Разработчик:

О.В. Орлова, преподаватель
обще профессионального цикла
ГБПОУ «ТТТ»

г. Троицк, 2024 год

Содержание

1. Паспорт комплекта оценочных средств.....	3
1.1. Область применения комплекта контрольно-оценочных средств.....	3
1.2. Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины.....	6
.....	
1.2.1. Формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине.....	6
1.2.2. Организация текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения учебной дисциплины.....	6
2. Задания для контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины.....	7
2.1. Задания для текущего контроля.....	7
2.2. Задания для промежуточной аттестации.....	32
3. Рекомендуемая литература и иные источники.....	35

1. Паспорт комплекта оценочных средств

1.1. Область применения комплекта оценочных средств

Комплект оценочных средств предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины общепрофессионального цикла ОП.01 Математические методы решения прикладных профессиональных задач (далее - УД) основной профессиональной образовательной программы (далее ОПОП) по специальности 13.02.12 Электрические станции, сети, их релейная защита и автоматизация.

Комплект оценочных средств позволяет оценивать:

1. Формирование элементов профессиональных компетенций (ПК) и элементов общих компетенций (ОК):

Профессиональные и общие компетенции	Показатели оценки результата	Средства проверки
1	2	3
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	Обосновывать подходящий метод для решения задачи, анализировать полученные результаты, критически оценивать их достоверность.	Тестирование, устный и письменный опрос, практические работы, математические диктанты, самостоятельные работы.
ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности	Применять средства информационных и коммуникационных технологий для решения профессиональных задач, владеть навыками распознавания и защиты информации.	
ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде	Применять и использовать преимущества командной и индивидуальной работы, обсуждать результаты совместной работы.	
ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного	Грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке, проявлять толерантность в рабочем коллективе	

контекста		
ПК 1.2. Выполнять работы по подготовке и внесению изменений в электрические схемы электротехнического оборудования электрических сетей	Производить сложные вычислительные операции, работать с формулами, учитывать погрешности вычислений и измерений; решать технические задачи с применением математического анализа	

2. Оценка умений и усвоение знаний.

Освоенные умения, усвоенные знания	Показатели результата	№ заданий для проверки
1	2	3
Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины: применять методы дифференциального и интегрального исчисления; решать дифференциальные уравнения.	Демонстрировать умения дифференцировать функции, используя таблицу производных и правила дифференцирования; находить производные сложных функций. Качественно решать задачи прикладного характера с применением механического и геометрического смысла производной, нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.	М.Д.№1 С.Р.№4 С.Р.№5
	Демонстрировать нахождение неопределенных интегралов непосредственным интегрированием, методом подстановки и методом интегрирования по частям. Точно вычислять определенные интегралы с помощью формулы Ньютона-Лейбница, методом подстановки и методом интегрирования по частям. Демонстрировать решение простейших прикладных задач с использованием элементов интегрального исчисления.	М.Д.№2 С.Р.№6 С.Р.№7
	С учетом правил решать обыкновенные дифференциальные уравнения.	С.Р.№8
	Грамотно исследовать на сходимость числовые ряды с положительными членами по признаку Даламбера. Грамотно исследовать на сходимость знакопеременные ряды по признаку	С.Р.№9

	Лейбница.	
	Выполнять действия над комплексными числами, заданными в алгебраической, тригонометрической, показательной формах. Изображать геометрически комплексные числа, их сумму и разность на плоскости. Решать квадратные уравнения с отрицательным дискриминантом.	С.Р.№2 П.Р.№4 С.Р.№3
	Решать простейшие задачи на вычисление вероятностей событий с применением теорем сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности. Вычислять математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины по закону ее распределения.	С.Р.№11
	Выполнять действия с приближенными числами. Находить погрешности вычислений	Т.З. №1
	Указывать элементы заданного множества, обосновывать составление подмножества заданного множества. С учетом правил находить пересечение, объединение, разность заданных множеств.	С.Р.№10
Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины: основные понятия и методы математического синтеза и анализа, дискретной математики, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики; основные методы дифференциального и интегрального исчисления; основные численные методы решения прикладных задач.	Точно и грамотно давать определение понятиям и методам математического анализа и синтеза, правилам дифференцирования, числового ряда. Правильно перечислять практические приемы вычислений с приближенными данными. Воспроизводить выражения для определения абсолютных погрешностей. Описывать методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Называть основные методы интегрирования.	М.Д.№1 С.Р.№4 С.Р.№9 Т.З. №1 С.Р.№1 С.Р.№8 С.Р.№6

С.Р. – Самостоятельная работа

М.Д. – Математический диктант

Т.З. – Тестовое задания

П.Р. – Практическая работа

1.2 Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины

1.2.1. Формы промежуточной аттестации по УД.

Учебная дисциплина	Формы промежуточной аттестации
1	2
ОП. 01 Математические методы решения прикладных профессиональных задач	Дифференцированный зачет

1.2.2. Организация текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения программы учебной дисциплины.

Текущий контроль знаний и умений осуществляется по результатам выполнения письменных проверочных работ, устных ответов обучающегося, тестовых вопросов, выполнения и защиты практических заданий.

Итоговый контроль освоения учебной дисциплины ОП. 01 Математические методы решения прикладных профессиональных задач осуществляется на дифференцированном зачете.

Критерии оценивания

Критерии и шкалы оценивания в результате изучения дисциплины при проведении текущего контроля и промежуточной аттестации:

Шкалы оценивания	Критерии оценивания
отлично	85-100 %
хорошо	70-85 %
удовлетворительно	50 -70 %
неудовлетворительно	< 50%

Критерии оценивания:

Предлагаемые критерии носят рекомендательный характер:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы)

2. Задания для контроля и оценки освоения программы УД.

2.1. Задания для текущего контроля.

Раздел 1. Основы линейной алгебры

Самостоятельная работа №1

Задание:

1. Найти матрицы:

а) $2A$;

б) $8B^T$;

в) $2A+5B$;

если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

2. Найти матрицу $C=AB$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -5 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Эталон ответа:

1. а) $2A = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$

б) $8B^T = \begin{pmatrix} 16 & 8 \\ 24 & -16 \end{pmatrix}$

в) $2A + 5B = \begin{pmatrix} 16 & 25 \\ 13 & -8 \end{pmatrix}$

$$2. \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 1 & -14 \\ 2 & 9 & 0 \end{pmatrix}.$$

Раздел 2. Основы теории комплексных чисел

Самостоятельная работа №2

Вариант 1

1) Найти сумму и произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = -7 - 8i$$

$$Z_2 = 3 - 4i$$

2) Найти разность и частное комплексных чисел:

$$Z_1 = 5 + 7i$$

$$Z_2 = -3 - 4i$$

3) Записать число в тригонометрической и показательной форме:

$$Z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

Вариант 2

1) Найти сумму и произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = -10 - 8i$$

$$Z_2 = 7 - 6i$$

2) Найти разность и частное комплексных чисел:

$$Z_1 = -3 + 4i$$

$$Z_2 = 1 - 4i$$

3) Записать число в тригонометрической и показательной форме:

$$Z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

Вариант 3

- 1) Найти сумму и произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = 2 - 3i$$

$$Z_2 = -1 + i$$

- 2) Найти разность и частное комплексных чисел:

$$Z_1 = -9 + 11i$$

$$Z_2 = -3 - 5i$$

- 3) Записать число в тригонометрической и показательной форме:

$$Z = 2 + 2i$$

Вариант 4

- 1) Найти сумму и произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = 1 + 2i$$

$$Z_2 = 2 - i$$

- 2) Найти разность и частное комплексных чисел:

$$Z_1 = 2 - 3i$$

$$Z_2 = -1 - 2i$$

- 3) Записать число в тригонометрической и показательной форме:

$$Z = 2\sqrt{3} - 2i$$

Эталон ответа:

Вариант 1

- 1) $-4-12i, \quad -53+4i$
- 2) $8+11i, \quad -\frac{43}{25} - \frac{1}{25}i$
- 3) $\cos \frac{11\pi}{6} + \sin \frac{11\pi}{6}i$

Вариант 2

- 1) $-3-14i, \quad -118+4i$
- 2) $-4+8i, \quad -\frac{19}{17} - \frac{8}{17}i$
- 3) $\cos \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3}i$

Вариант 3

- 1) $1-2i, \quad 1+5i$
- 2) $-6+16i, \quad -\frac{14}{17} - \frac{39}{17}i$
- 3) $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4}i \right)$

Вариант 4

- 1) $3+i, \quad 4+3i$
- 2) $3-i, \quad \frac{4}{5} + \frac{7}{5}i$
- 3) $4 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + \sin \frac{11\pi}{6}i \right)$

Практическая работа №4

Тема: Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах

Вариант 1

- 1) Найти произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = \frac{7}{2} (\cos 95^\circ + i \sin 95^\circ)$$

$$Z_2 = 2 (\cos(-65^\circ) + i \sin(-65^\circ))$$

- 2) Найти частное комплексных чисел:

$$\frac{\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)}{\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)}$$

3) Выполнить действия:

$$(4 + 4i)^5$$

4) Запишите в алгебраической форме:

$$z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

Вариант 2

1) Найти произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = 8(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$$

$$Z_2 = 3(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)$$

2) Найти частное комплексных чисел:

$$\frac{\frac{1}{2} e^{i \frac{\pi}{4}}}{3 e^{i \frac{2\pi}{3}}}$$

3) Выполнить действия:

$$(2 - 2i)^8$$

4) Запишите в алгебраической форме:

$$z = 10 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

Вариант 3

1) Найти произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = 0,5(\cos 17^\circ + i \sin 17^\circ)$$

$$Z_2 = 4(\cos 13^\circ + i \sin 13^\circ)$$

2) Найти частное комплексных чисел:

$$2\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right) / 3\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$$

3) Выполнить действия:

$$(1-i)^4$$

4) Запишите в алгебраической форме:

$$z = 8\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$$

Эталон ответа:

Вариант 1

1) $7(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$

2) $(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$

3) $(4\sqrt{2})^5 \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4}\right)$

4) $2\sqrt{3} + 2i$

Вариант 2

1) $24(\cos 35^\circ + i \sin 35^\circ)$

2) $\frac{1}{6}e^{-\frac{5}{12}i}$

3) $4096(\cos 14\pi + i \sin 14\pi)$

4) $5 + 5\sqrt{3}i$

Вариант 3

1) $2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$

2) $\frac{2}{3}\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)$

3) $4(\cos 7\pi + i\sin 7\pi)$

4) $4\sqrt{3} - 4i$

Самостоятельная работа №3

Решить квадратное уравнение:

1. $x^2 + 2x + 26 = 0$

2. $x^2 - 2x + 5 = 0$

3. $x^2 - 4x + 5 = 0$

4. $x^2 + 2x + 3 = 0$

Эталон ответа:

1. $x_1 = 1 - 5i, x_2 = 1 + 5i.$

2. $x_1 = 1 - 4i, x_2 = 1 + 4i.$

3. $x_1 = 2 - i, x_2 = 2 + i.$

4. $x_1 = -1 - \sqrt{2}i, x_2 = -1 + \sqrt{2}i.$

Раздел 3. Математический анализ

Математический диктант №1

Тема: Дифференциальное исчисление

Задание:

сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций:

1. $c' =$

2. $(x^\alpha)' =$

3. $(kx + b)' =$

4. $(a^x)' =$

5. $(e^x)' =$

6. $(\log_a x)' =$

7. $(\ln x)' =$

8. $(\sin x)' =$

9. $(\cos x)' =$
 10. $(tgx)' =$
 11. $(ctgx)' =$
 12. $(\arcsin x)' =$
 13. $(\arccos x)' =$
 14. $(arctgx)' =$
 15. $(arcctgx)' =$
- ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ
16. $(cu)' =$

17. $(u + v)' =$
18. $(u - v)' =$
19. $(uv)' =$
20. $\left(\frac{u}{v}\right)' =$
ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ
ФУНКЦИИ
21. $f(\varphi(x))' =$

Эталон ответа:

1. $c' = 0$
2. $(x^k)' = k \cdot x^{k-1}$
3. $(kx + b)' = k$
4. $(a^x)' = a^x \ln a$
5. $(e^x)' = e^x$
6. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
7. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
8. $(\sin x)' = \cos x$
9. $(\cos x)' = -\sin x$
10. $(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
11. $(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
12. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

13. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 14. $(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$
 15. $(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$
- ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ
16. $(cu)' = cu'$
 17. $(u + v)' = u' + v'$
 18. $(u - v)' = u' - v'$
 19. $(uv)' = u'v + uv'$
 20. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ
ФУНКЦИИ
 21. $f(\varphi(x))' = f'(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x)$

Самостоятельная работа №4

Тема: Дифференциальное исчисление

Вариант 1

1. Количество электричества, протекающее через проводник за время t , выражается формулой $q = 3t^2 + 5t + 2$ (q - в кулонах, t - в секундах). Найти силу тока в конце пятой секунды.

2. Найти производную $f'(x)$ при заданном значении аргумента:

$$f(x) = \frac{2}{2x^3 + 1}; \quad x = 1$$

3. Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = 2 + 3x - x^3$$

Вариант 2

1. Количество электричества, протекающее через проводник за время t , выражается формулой $q = 2t^2 + 6t - 1$ (q - в кулонах, t - в секундах). Найти силу тока в конце третьей секунды.

2. Найти производную $f'(x)$ при заданном значении аргумента:

$$f(x) = \frac{1}{(x^3 + 1)^2}; \quad x = 2$$

3. Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x$$

Вариант 3

1. Количество электричества, протекающее через проводник за время t , выражается формулой $q = 6t^2 + t + 9$ (q - в кулонах, t - в секундах). Найти силу тока в конце четвёртой секунды.

2. Найти производную $f'(x)$ при заданном значении аргумента:

$$f(x) = \sqrt{2 + x^2}; \quad x = 1$$

3. Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

Вариант 4

1. Количество электричества, протекающее через проводник за время t , выражается формулой $q = 9t^2 + 2t - 3$ (q - в кулонах, t - в секундах). Найти силу тока в конце десятой секунды.

2. Найти производную при заданном значении аргумента:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3}; \quad x = -1$$

3. Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = -x^4 + 8x^2 - 16$$

Эталон ответа:

Вариант 1

1. 35А

2. $-\frac{4}{3}$

3. $f_{\min}(-1) = 0, \quad f_{\max}(1) = 4$

Вариант 2

1. 18А

2. $-\frac{8}{27}$

3. $f_{\min}\left(\frac{2}{3}\right) = -1\frac{5}{27}, \quad f_{\max}(2) = 0$

Вариант 3

1. 49А

2. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

3. $f_{\min}(-1) = -4, \quad f_{\max}(-3) = 0$

Вариант 4

1. 182А

2. $-\frac{1}{2}$

3. $f_{\min}(0) = -16, \quad f_{\max}(-2) = 0, \quad f_{\max}(2) = 0$

Самостоятельная работа №5

Вариант 1

1. Найти скорость и ускорение в указанный момент времени для точки, движущейся прямолинейно, если движение точки задано уравнением:
$$s = t^3 + 5t^2 + 4, \quad t = 2$$
2. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = x + 3x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$ на отрезке $[-4; 3]$

Вариант 2

1. Найти скорость и ускорение в указанный момент времени для точки, движущейся прямолинейно, если движение точки задано уравнением:
$$s = 4t^3 + t^2 - 14, \quad t = 2$$
2. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = x^2 - 2$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3$ на отрезке $[-2; 2]$

Вариант 3

1. Найти скорость и ускорение в указанный момент времени для точки, движущейся прямолинейно, если движение точки задано уравнением:
$$s = t^2 + 11t + 30, \quad t = 3$$
2. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = -x^2 + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 + 5$ на отрезке $[-3; 2]$

Вариант 4

1. Найти скорость и ускорение в указанный момент времени для точки, движущейся прямолинейно, если движение точки задано уравнением:

$$s = 2t^3 + t^2 - 4, \quad t = 4$$

2. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = 2 + x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 3$ на отрезке $[-2; 3]$

Эталон ответа:

Вариант 1

1. $V = 32, \quad a = 22$
2. Уравнение касательной; $y = 7x - 3$,
уравнение нормали: $y = -\frac{1}{7}x + \frac{29}{7}$
3. $f_{\text{наиб}}(-3) = 81. \quad f_{\text{наим}}(2) = -44$

Вариант 2

1. $V = 52, \quad a = 50$
2. Уравнение касательной; $y = 4x - 6$,
уравнение нормали: $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{2}$
3. $f_{\text{наиб}}(2) = 16. \quad f_{\text{наим}}(-2) = -16$

Вариант 3

1. $V = 17, \quad a = 2$
2. Уравнение касательной; $y = -4x + 5$,
уравнение нормали: $y = \frac{1}{4}x - \frac{7}{2}$
3. $f_{\text{наиб}}(-3) = 14. \quad f_{\text{наим}}(-2) = -27$

Вариант 4

1. $V = 104, \quad a = 2.$
2. Уравнение касательной; $y = 2x + 1$,
уравнение нормали: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$
3. $f_{\text{наиб}}(3) = 24. \quad f_{\text{наим}}(-2) = -11$

Математический диктант №2

Тема: Интегральное исчисление

Задание: Запишите интегралы основных элементарных функций.

1. $\int 0 \, dx =$

2. $\int x^n \, dx =$

3. $\int e^x \, dx =$

4. $\int a^x \, dx =$

5. $\int \sin x \, dx =$

6. $\int \cos x \, dx =$

7. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} =$

8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} =$

9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$

10. $\int -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$

11. $\int \frac{dx}{1+x^2} =$

12. $\int -\frac{dx}{1+x^2} =$

Эталон ответа:

1. $\int 0 \, dx = C$

2. $\int x^n \, dx = \begin{cases} \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, & n \neq -1 \\ \ln |x| + C, & n = -1 \end{cases}$

3. $\int e^x \, dx = e^x + C$

4. $\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

5. $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$

6. $\int \cos x \, dx = \sin x + C$

$$7. \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$8. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$9. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$$

$$10. \int -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos x + C$$

$$11. \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$$

$$12. \int -\frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arcctg} x + C$$

Самостоятельная работа №6

Тема: Интегральное исчисление

Вариант 1

$$1. \text{Вычислить: } \int_0^2 \frac{x dx}{1+x^2}$$

2. Тело движется прямолинейно со скоростью $V = (2t^2 + 1) \text{ м/сек}$. Найдите путь пройденный телом за первые 5 секунд.

Вариант 2

$$1. \text{Вычислить: } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$$

2. Тело движется по прямой со скоростью $V = (6t + 4) \text{ м/сек}$. Найдите длину пути, пройденного телом за третью секунду.

Вариант 3

$$1. \text{Вычислить: } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+3\cos x} dx$$

2. Скорость тела, движущегося прямолинейно, задается формулой $V = (9t - 3t^2) \text{ м/сек}$. Найдите путь, пройденный телом от начала его движения до остановки.

Эталон ответа:

Вариант 1

- 1) $\frac{1}{2} \ln 5$
- 2) 83

Вариант 2

- 1) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$
- 2) 19

Вариант 3

- 1) $-\frac{1}{3} \ln 4$
- 2) 13,5

Самостоятельная работа №7

Тема: Интегральное исчисление

Вариант 1

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

- а) $y + x^2 - 8 = 0$ и $y = x^2$
- б) $y = \sin x$ при $0 \leq x \leq \pi$

Вариант 2

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

- а) $y = 6 - x$, $y = x^2 + 4$
- б) $xy = 4$, $x + y - 5 = 0$

Эталон ответа:

Вариант 1

- а) $S = 21\frac{1}{3}$ кв.ед.
- б) $S = 2$ кв.ед.

Вариант 2

а) $S = 4\frac{1}{2}$ кв.ед.

б) $S = (7,5 - 8\ln 2)$ кв.ед.

Самостоятельная работа №8

Тема: Обыкновенные дифференциальные уравнения

Решите дифференциальные уравнения:

Вариант 1

1. $2dy\sqrt{x} = ydx$

2. $x^2 dy = y^2 dx$

3. $(x + 2)dx = y^4 dy$

Вариант 2

1. $xdy = ydx$

2. $\sqrt{x}dy = \sqrt{y}dx$

3. $y^2 dx + (x - 2)dy = 0$

Вариант 3

1. $x^3 dy = y^3 dx$

2. $\frac{dy}{\sqrt{x}} = \frac{3dx}{\sqrt{y}}$

3. $xydx = (1 + x^2)dy$

Эталон ответа:

Вариант 1

- 1) $y = e^{x^{\frac{1}{2}}+c}$
- 2) $y = x + c$
- 3) $5x^2 + 20x = 2y^5 + c$

Вариант 2

- 1) $y = xc$
- 2) $y = \left(-x^{\frac{1}{2}} + c\right)^2$
- 3) $y = \frac{1}{\ln|c(x-2)|}$

Вариант 3

- 1) $\frac{1}{y^2} = \frac{1}{x^2} + c$
- 2) $\frac{2y^{\frac{3}{2}}}{3} = 2x^{\frac{3}{2}} + c$
- 3) $y = \left(c(1 + x^2)\right)^{\frac{1}{2}}$

Самостоятельная работа №9

Тема: Ряды

Вариант 1

1. Исследовать ряд на сходимость, используя признак Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n - 1}{4^n}$$

2. Исследовать ряд на сходимость, используя признак Лейбница:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n$$

Вариант 2

1. Исследовать ряд на сходимость, используя признак Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)5^n}{n^2}$$

Исследовать ряд на сходимость, используя признак Лейбница:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n-1}{2^n}$$

Эталон ответа:

Вариант 1

1. Ряд сходится
2. Ряд расходится

Вариант 2

1. Ряд расходится
2. Ряд сходится

Самостоятельная работа №10

Раздел 4. Основы дискретной математики

Вариант 1

1. Даны множества:

$$A = \{0; 1\}$$

$$B = \{3; 1; 0; -1\}$$

$$C = \{-3; 0; 1; 2; 3\}$$

Найдите множества: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$, $A \cap C$, $B \cup C$

2. Даны множества:

$$U = \{a; b; c; d; e; f; p; q\}$$

$$A = \{a; c; e; p\}$$

$$B = \{b; d; f; p\}$$

$$C = \{a; d; f; q\}$$

Упростите выражение:

$$\overline{A} \setminus \overline{B \cap C} \setminus A \cap \overline{B} \cap C \cup A \cup B \cap C$$

Вариант 2

1. Даны множества:

$$A = \{-7; -2; -1; 0; 5\}$$

$$B = \{3; 2; 1; 0; -2\}$$

$$C = \{-7; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$$

Найдите множества: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$, $A \cap C$, $B \cup C$

2. Даны множества:

$$U = \{a; b; c; d; e; f; p; q\}$$

$$A = \{a; c; e; p\}$$

$$B = \{b; d; f; p\}$$

$$C = \{a; d; f; q\}$$

Упростите выражение:

$$(\overline{A} \cap (\overline{A \cap B}) \cap \overline{(B \cap C)}) \cup B \cup C$$

Эталон ответа:

Вариант 1

1. $A \cup B = \{0; 1; -1; 3\}$, $A \cap B = \{0; 1\}$, $A \cup C = \{0; 1; 2; 3; -3\}$, $A \cap C = \{0; 1\}$, $B \cup C = \{3; 1; 0; -1; -3; 2\}$
2. $\{a; c; d; e; f; p; q\}$

Вариант 2

1. $A \cup B = \{-7; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 5\}$, $A \cap B = \{-2; 0\}$, $A \cup C = \{-7; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 5\}$, $A \cap C = \{-7; -2; -1; 0\}$, $B \cup C = \{-7; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$
2. $\{a; b; d; f; p; q\}$

Самостоятельная работа №11

Раздел 5. Основы теории вероятностей и математической статистики

Вариант 1

Задание 1.

Продолжите формулировку классического определения вероятности события:

Вероятностью события A называется отношение числа...

Задание 2

Решите задачу: Электронный прибор состоит из двух последовательно включенных блоков. Вероятность выхода из строя за 1 месяц работы первого блока равна $1/3$, второго $1/4$, а обоих $1/6$. Найдите вероятность безаварийной работы прибора в течение месяца.

Задание 3

Вычислите число сочетаний: C_7^4

Задание 4

Найдите математическое ожидание $M(x)$ дискретной случайной величины X заданной законом распределения:

x_i	4	6	8	10	12
p_i	0,2	0,3	0,1	0,2	0,2

Вариант 2

Задание 1.

Перечислите виды случайных событий.

Задание 2

Решите задачу: Электронный прибор состоит из двух последовательно включенных блоков. Вероятность выхода из строя за 1 месяц работы каждого блока равна $1/4$, а обоих $1/7$. Найдите вероятность безаварийной работы прибора в течение месяца.

Задание 3

Вычислить число размещений: A_5^3

Задание 4

Найти математическое ожидание $M(x)$ дискретной случайной величины X заданной законом распределения:

x_i	2	3	5	7	8
p_i	0,1	0,4	0,2	0,1	0,2

Эталон ответа:

Вариант1

Задание 1

Вероятностью события A называется отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех исходов испытания.

Задание 2

Задание 3

$$C_7^4 = 35$$

Задание 4

$$M(x) = 7,8$$

Вариант2

Задание 1

Несовместные, совместные, единственно возможные, противоположные, равновозможные.

Задание 2

Задание 3

$$A_5^3 = 60$$

Задание 4

$$M(x) = 4,7$$

Раздел 6. Основные численные методы

Тест №1

Задание 1

Вопрос:

Дробь $\frac{1}{6}$ выразили десятичной дробью 0,17. Найдите относительную погрешность такого приближения, выразите ее в процентах.

Выберите один из 5 вариантов ответа:

- 1) 0,17%
- 2) 40%
- 3) 17%
- 4) 0,33%
- 5) 1,6%

Задание 2

Вопрос:

Округлите число 3,12 до единиц и найдите (в процентах) относительную погрешность такого приближения, выразите ее в процентах.

Выберите один из 5 вариантов ответа:

- 1) 3,12%
- 2) 30%
- 3) 3,85%
- 4) 0,12%
- 5) 23%

Задание 3

Вопрос:

Дробь $\frac{2}{7}$ выразили десятичной дробью 0,29. Найдите относительную погрешность такого приближения, выразите ее в процентах.

Выберите один из 5 вариантов ответа:

- 1) 2,7%
- 2) 29%
- 3) 0,43%

4) 0,33%

5) 43%

Задание 4

Вопрос:

Дробь $1/3$ выразили десятичной дробью 0,33. Найдите относительную погрешность такого приближения, выразите ее в процентах.

Выберите один из 5 вариантов ответа:

1) 100%

2) 0,01%

3) 1%

4) 0,001%

5) 0,1%

Задание 5

Вопрос:

Округлите число 1,544 до 0,01 и найдите (в процентах) относительную погрешность такого приближения, выразите ее в процентах.

Выберите один из 5 вариантов ответа:

1) 4,01%

2) 26%

3) 54%

4) 0,17%

5) 0,26%

Задание 6

Вопрос:

Модуль разности точного и приближенного значений - это

Выберите один из 3 вариантов ответа:

- 1) граница абсолютной погрешности измерения
- 2) относительная погрешность приближенного значения
- 3) абсолютная погрешность приближенного значения

Задание 7

Вопрос:

Округлите число 2,346 до 0,01 и найдите (в процентах) относительную погрешность такого приближения, выразите ее в процентах.

Выберите один из 5 вариантов ответа:

- 1) 2,3%
- 2) 0,17%
- 3) 0,004%
- 4) 23%
- 5) 17%

Задание 8

Вопрос:

Округлите число 1,97 до единиц и найдите (в процентах) относительную погрешность такого приближения, выразите ее в процентах.

Выберите один из 5 вариантов ответа:

- 1) 100%
- 2) 25%
- 3) 15%
- 4) 1,5%
- 5) 0,1%

Задание 9

Вопрос:

Отношение абсолютной погрешности к модулю приближенного значения - это

Выберите один из 2 вариантов ответа:

- 1) относительная погрешность приближенного значения
- 2) граница абсолютной погрешности измерения

Задание 10

Вопрос:

При измерении (в сантиметрах) длины книжной полки и толщины компакт-диска получили следующие результаты:

$$l = 200 \pm 0,1$$

и

$$a = 0,2 \pm 0,1$$

Какое из измерений точнее?

Выберите один из 2 вариантов ответа:

1) $a = 0,2 \pm 0,1$

2) $l = 200 \pm 0,1$

Эталон ответа:

- 1) 4;
- 2) 3;
- 3) 3;
- 4) 3;
- 5) 5;
- 6) 3;
- 7) 2;
- 8) 4;

9) 1;

10) 2.

2.2 Задания для промежуточной аттестации

Вопросы к дифференцированному зачету

1. Сформулируйте определение матрицы. Как определяются линейные операции над матрицами?
2. Объясните, как можно найти произведение двух матриц, приведите примеры.
3. Перечислите виды матриц.
4. Дайте понятие определителя второго и третьего порядка. Приведите примеры.
5. Напишите формулы Крамера. В каком случае они применимы?
6. Опишите метод Гаусса решения и исследования систем линейных уравнений.
7. Дайте понятие комплексного числа. Что называется действительной и мнимой частями комплексного числа?
8. Объясните геометрическую интерпретацию комплексных чисел. Приведите примеры.
9. Дайте понятие алгебраической и тригонометрической форм комплексного числа.
10. Сформулируйте понятие сопряженных комплексных чисел, приведите примеры.
11. Объясните правила выполнения арифметических действий над комплексными числами.
12. Сформулируйте определение производной функции.
13. Сформулируйте геометрический и механический смысл производной.
14. Как найти производную суммы или разности функций? Приведите примеры.
15. Запишите формулу нахождения производной произведения двух функций.
16. Как найти производную частного двух функций?
17. Дайте понятие критических точек функции.
18. Сформулируйте алгоритм нахождения промежутков возрастания и убывания функции.
19. Сформулируйте алгоритм нахождения точек экстремума функции.
20. Сформулируйте алгоритм нахождения наибольшего, наименьшего значения функции.
21. Дайте определение неопределенного интеграла.
22. Перечислите свойства неопределенного интеграла.
23. Дайте определение определенного интеграла.
24. Перечислите свойства определенного интеграла.

25. Запишите формулу Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла.
26. Сформулируйте геометрический смысл определенного интеграла.
27. Дайте понятие дифференциального уравнения и задачи Коши.
28. Сформулируйте понятие дифференциального уравнения с разделяющимися переменными, приведите примеры.
29. Сформулируйте признак Даламбера для положительного ряда.
30. Сформулируйте признак Лейбница для знакопеременного ряда.
31. Сформулируйте понятие события, какие вы знаете виды событий, приведите примеры.
32. Объясните понятие множества, приведите примеры.
33. Какие вы знаете операции над множествами, приведите примеры.
34. Сформулируйте классическое определение вероятности.
35. Дайте понятие случайной величины. Объясните виды случайных величин (дискретные и непрерывные).
36. Перечислите характеристики случайной величины, и методику их вычисления.

Задачи к дифференцированному зачету.

1. Вычислите определитель:
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$
2. Найти произведение матриц AB , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
3. Найти сумму и произведение комплексных чисел:

$$Z_1 = -1 - 6i$$

$$Z_2 = 2 - 4i$$

4. Найти разность и частное комплексных чисел:

$$Z_1 = 3 + 7i$$

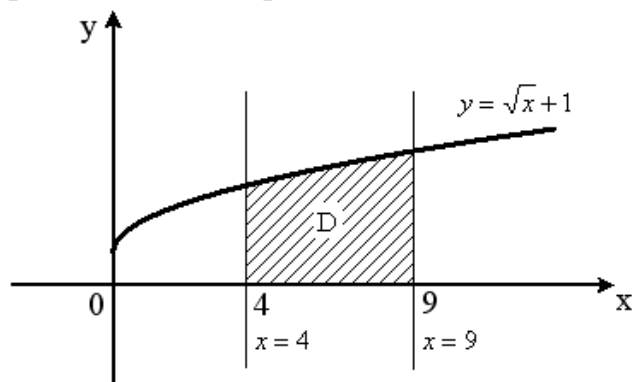
$$Z_2 = -2 - 4i$$

5. Записать число в тригонометрической и показательной форме:

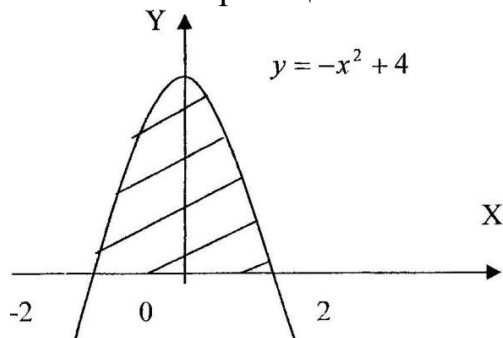
$$Z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

6. Найти производную функции $y = \sqrt{x^3 - 6x}$

7. Найти производную функции $y = \ln(-5x + 4)$
8. Найти производную функции $y = \operatorname{tg}^3(2x^3 + x - 7)$
9. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^3 - 6x^2 + 4$, на отрезке $[-4; 3]$
10. Найти неопределенный интеграл: $\int (1 - 12x)^5 dx$
11. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^1 (-x^2 + 3) dx$
12. Найти площадь криволинейной трапеции (D)



13. Найти площадь криволинейной трапеции



14. Решить дифференциальное уравнение $y^2 dx + (x - 2) dy = 0$
15. Решить дифференциальное уравнение $\frac{1}{\cos^2 y} dx - (6x + 1) dy = 0$
16. Выберите утверждение о числовых множествах, которое является истинным...
 - а) Множество иррациональных чисел является подмножеством множества целых чисел.
 - б) Промежуток $(-14; 3]$ является подмножеством отрезка $[-15; 0]$
 - в) Множество действительных чисел является подмножеством иррациональных чисел.
 - г) Интервал $(-12; 13)$ является подмножеством отрезка $[-13; 15]$
17. Выберите утверждение о числовых множествах, которое является истинны

- а) Множество целых чисел является подмножеством множества натуральных чисел.
- б) Интервал $(-9;5)$ является подмножеством отрезка $[-12;7]$
- в) Множество иррациональных чисел является подмножеством рациональных чисел.
- г) Промежуток $(-2;6]$ является подмножеством отрезка $[-4;1]$
18. Даны множества: $A=\{1;2;3;4;8;12\}$, $B=\{0;2;4;6;8;10\}$, укажите разность множеств A и B :
19. Даны множества: $A=\{5;10;15;20\}$, $B=\{3;6;9;12;15\}$, найдите пересечение множеств A и B :
20. Найти вероятность появления одного из двух несовместных событий A и B (безразлично какого), вероятности которых соответственно: $P(A)=0,1$; $P(B)=0,8$
21. По цели произведено 10 выстрелов зарегистрировано 7 попаданий. Чему равна относительная частота попадания в цель?
22. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной законом распределения

X	2	5	8
P	0,2	0,3	0,5

23. Математическое ожидание квадрата случайной величины, заданной законом распределения

X	-2	0	1
P	0,5	0,2	0,3

равно $M(X^2) = 2,3$. Чему равна дисперсия?

3.Рекомендуемая литература и иные источники

3.1. Основные печатные издания

1. Баврин, И. И. Математика для технических колледжей и техникумов: учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва. Издательство Юрайт, 2022. — 397 с. — (Профессиональное образование). — Текст: непосредственный. ISBN 978-5-534-08026-1.
2. Богомолов, Н. В. Математика: учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и

доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 401 с. — (Профессиональное образование). — Текст: непосредственный. ISBN 978-5-534-07878-7.

3. Богомолов, Н. В. Математика: Задачи с решениями. В 2 частях. Ч. 2 учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 320 с. — (Профессиональное образование). — Текст: непосредственный. ISBN 978-5-534-09135-9 (ч. 2)

3.2. Электронные издания (электронные ресурсы)

1. Математический портал. Практические занятия по высшей математике. [Электронный ресурс]: <http://mathportal.net/>
2. Справочники по математике. [Электронный ресурс]: <http://www.terver.ru/>

3.3. Дополнительные источники

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для студентов сред. проф. учреждений / С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина/ под ред. В.А. Гусева. — 13-е изд., стер. — М.: Издательский центр «Академия», 2020. — 416 с./ С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина; под ред. В.А. Гусева. — 13-е изд., стер. — М.: Издательский центр «Академия», 2020. — 416 с.