Филиал Государственного бюджетного профессионального образовательного учреждения «Троицкий технологический техникум» в с. Октябрьское

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ЦМК
_____Беспалова И.В

«____»____20___

Комплект
оценочных средств по учебной дисциплине

ООД.03Математика

Основной профессиональной образовательной программы (ОПОП)
по профессии СПО
15.01.05_Сварщик (ручной и частично механизированной сварки (наплавки).

Разработчик:Зоркина Г. П.
Преподавательвысшей
квалификационной категории
ГБПОУ «Троицкий
технологический техникум»

с. Октябрьское 2023 г

Содержание

1. Паспорт комплекта оценочных средств………………..…
1.1. Область применения комплекта контрольно-оценочных средств…..
1.2. Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины…………………………………………..…
1.2.1. Формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине..........
1.2.2. Организация текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения учебной дисциплины……………….
2. Задания для контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины..………...
2.1. Задания для текущего контроля…………………
2.2. Задания для промежуточной аттестации…..………
3. Рекомендуемая литература и иные источники…………

1. Паспорт комплекта оценочных средств

1.1. Область применения комплекта оценочных средств

Комплект оценочных средств предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины (далее УД) основной профессиональной образовательной программы (далее ОПОП) по профессии 15.01.05 Сварщик (ручной и частично механизированной сварки (наплавки)

Комплект оценочных средств позволяет оценивать:

1. Формирование элементов профессиональных компетенций (ПК) и элементов общих компетенций (ОК):

Профессиональные и общие компетенции	**Показатели оценки результата**	**Средства проверки (№ заданий)**
1	2	3
ПК 1.4 Овладеть математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных дисциплин и дисциплин профессионального цикла	умение владение стандартными приемами; использование готовых компьютерных программ.	Работа на практических занятиях № 1-12 Результаты экзамена
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	Умение владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач. Умение выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения; - анализировать полученные в ходе решения	Работа на практических занятиях № 1-12 Результаты экзамена

	задачи результаты, критически оценивать достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях; ,	
ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности	Овладение универсальными учебными познавательными действиями: в) работа с информацией: - владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации.	Работа на практических занятиях № 1-12 Результаты экзамена
ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде	- готовность вести совместную деятельность в интересах гражданского общества, участвовать в самоуправлении в образовательной организации -позитивное стратегическое поведение в различных ситуациях, принимать мотивы и аргументы других людей при анализе результатов деятельности.	Работа на практических занятиях № 1-12 Результаты экзамена

2. Освоение умений и усвоение знаний

Освоенные умения, усвоенные знания	**Показатели результата**	**№ заданий для проверки**
Умение владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач. - владение	Овладение универсальными учебными познавательными действиями: а) базовые логические действия: - самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне; - устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения; - определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их	Задание №1.1 Задание №1.2

навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем. умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики.	достижения; - выявлять закономерности развитие креативного мышления при решении проблем б) базовые исследовательские действия: - выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, совершенствование умений выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения; - анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать,	
. умение грамотно пользоваться универсальными учебными познавательными действиями: работа с информацией: - владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию.	- совершенствование умений владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления; - создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и выбирать оптимальную форму представления и визуализации; - оценивать достоверность, легитимность информации, ее соответствие правовым и морально-этическим нормам; обобщение знаний - информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;	Задание №1.1 Задание 1.2 Задание №1.3-1.6 Задание №17-.-1.8
Умениеорганизовывать работу коллектива и команды;взаимодействовать	совершенствование уменийпринимать цели совместной деятельности, организовывать и координировать	Задание2.1 Задание 2.2-2.5 «

с коллегами, руководством, клиентами в ходе профессиональной деятельности Знания:психологические основы деятельности коллектива, психологические особенности личности; основы проектной деятельности.	действия по ее достижению: составлять план действий, распределять роли с учетом мнений участников обсуждать результаты совместной работы; - координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия; - осуществлять позитивное стратегическое поведение в различных ситуациях, проявлять творчество и воображение, быть инициативным. совершенствование умений универсальными регулятивными действиями: г) принятие себя и других людей: - принимать мотивы и аргументы других людей при анализе результатов деятельности; - признавать свое право и право других людей на ошибки.	

1.2 Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины

1.2.1. Формы промежуточной аттестации по УД

	Формы промежуточной аттестации
ООД.03 Математика	Контрольные работы №1-10 экзамен

1.2.2. Организация текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения программы учебной дисциплины

Текущий контроль знаний и промежуточная аттестация является основным механизмом оценки качества подготовки обучающихся по дисциплине ООД.03 Математика в соответствии с требованиями ФГОС СПО. Промежуточная аттестация обучающихся проводится в сроки, предусмотренные рабочим учебным планом.

Текущий контроль по УД проводится в пределах учебного времени, отведенного на дисциплину.

В начале изучения дисциплины проводится входной контроль с целью проверки уровня предварительных знаний обучающихся на начальном этапе освоения дисциплины.

Данные текущего контроля используются преподавателем для эффективной учебной работы обучающихся, своевременного выявления отстающих и оказания им содействия в изучении учебного материала, совершенствования методики преподавания дисциплины.

Промежуточная аттестация является обязательной. Она проводится в установленные учебным планом сроки по окончании освоения программы дисциплины Математика промежуточная аттестация оценивает результаты учебной деятельности обучающихся за 4 семестра обучения.

2. Задания для контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины

2.1. Задание для текущего контроля

Контрольная работа 1

1. Решить уравнение $x\ (x - 5) = - 4$

а) 4 и 1; б) 4,5; в) 4; г) – 4 и 1; д) 1.

2. Решите неравенство $6x – 3 < (x – 5)$

а) $x >$ - 4; г) $x <4$; д) $x<-0,4$

3. Вычислить $\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right):(1-0,2)-3\frac{23}{24}$.

а) $3\frac{11}{12}$; б) 3,9; в) $-3\frac{11}{12}$; г) 4; д) $2\frac{11}{12}$.

4.Представить в виде степени и найти значение выражения $\frac{a^5\cdot a^{-8}}{a^{-2}}$ при $a = 6$.

а) 6; б) $-\frac{1}{6}$; в) 4; г) – 6; д) $\frac{1}{6}$.

5. Построить график функции $y = 2x + 1$.

В 6. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, а один из катетов 6 см. Найти второй катет.

а) 4 см; б) 16 см; в) 8 см; г) $\sqrt{136}$ см; д) 10 см.

В 7. Банк выплачивает ежегодно 8% от суммы вклада. Какой станет сумма через год, если первоначальный вклад составлял 7600 рублей?

а) 8208 руб.; б) 608 руб.; в) 8200 руб.; г) 7600 руб.; д) 8000 руб.

С8.Упростить выражение $\frac{a}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}$.

2 вариант

А1. Решить уравнение $x\ (x - 4) = - 3$

а) 3 и 1; б) 4,5; в) 3; г) – 3 и 1; д) 1.

А2. Решите неравенство $5 \cdot (x + 4) > (x – 4)$

а) $x <$ - 10; г) $x >0,6$; д) $x>-6$

A3. Вычислить $\dfrac{(\frac{5}{7}:\frac{2}{3}-\frac{1}{\frac{4}{3}-\frac{2}{5}}):\frac{8}{11}}{}+1$.

а) $\frac{15}{14}$; б) 1; в) $-3\frac{11}{12}$; г) - 1; д) $2\frac{11}{12}$.

A4.Представить в виде степени и найти значение выражения $\frac{c^7 \cdot c^{-3}}{c^6}$ при $c = 4$.

а) 16; б) $-\frac{1}{16}$; в) 4; г) – 16; д) $\frac{1}{16}$.

A5. Построить график функции $y = -2x + 1$.

В6. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, а один из катетов 8 см. Найти второй катет.

а) 4 см; б) 6 см; в) 8 см; г) √136 см; д) 10 см.

В7. Банк выплачивает ежегодно 8% от суммы вклада. Какой станет сумма через год, если первоначальный вклад составлял 8600 рублей?

а) 8208 руб.; б) 688 руб.; в) 9288 руб.; г) 8600 руб.; д) 8000 руб.

С8.Упростить выражение $\frac{x-y}{x+y}-\frac{y}{x-y}$.

Таблица правильных ответов

Задания	А1	А2	А3	А4	А5	В6	В7	С8
1 вариант	а	д	в	д		в	а	$\frac{b(3a-b)}{a^2-b^2}$
2 вариант	а	г	б	д		б	в	

Контрольная работа 2

Вариант 1	Вариант 2
Прямая a параллельна плоскости α, прямая b также параллельна плоскости α. Могут ли a и b: а) Быть параллельными? б) Пересекаться? в) Быть скрещивающимися прямыми? Точка М лежит вне плоскости параллелограмма ABCD.	Прямая a пересекает плоскость α, прямая b также пересекает плоскости α. Могут ли a и b: а) Быть параллельными? б) Пересекаться? в) Быть скрещивающимися прямыми? Треугольник ABC и трапеция KMNP имеют общую среднюю линию EF, MN||EF,

а) Докажите, что средние линии треугольников MAD и MBC параллельны. б) Найдите эти средние линии, если боковая сторона параллелограмма равна 5, а его высота равная 4 и делит сторону, к которой проведена, пополам. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках M и N соответственно. BN:NC=5:8. MB:AB=5:13. а) Докажите, что AC ‖ α. б) Найдите MN, если AC=26. Через вершину C квадрата ABCD, проходит прямая CK, не лежащая в плоскости квадрата. а) Докажите, что CK и AD скрещивающиеся. б) Чему равен угол между CK и AD. Угол CBK равен 45 градусов, угол CKB равен 75 градусов?	EF‖BC. а) Докажите, что BC‖ KP. б) Найдите KP и MN, если BC=24, KP:MN = 8:3. Плоскость α проходит через сторону AB треугольника ABC. Прямая пересекает стороны BC и AC в точках M и N соответственно. MC:BC=6:13, NC:AN=6:7. а) Докажите, что MN ‖ α. б) Найдите MN, если AC=39. Точка F лежит вне плоскости трапеции ABCD. а) Докажите, что AF и BC скрещивающиеся. б) Чему равен угол между AF и BC, если угол AFD равен 70 градусов, угол FDA равен 40 градусов?

Контрольная работа 3

Координаты и векторы

Точка A — середина отрезка MK. Найдите координаты точки A и длину отрезка MK, если M (5; −2; 1), K (3; 4; −3).

2. Точки A и B симметричны относительно точки C. Найдите координаты точки B, если A (−3; 5; −7), C (6; 2; −1).

3. Даны векторы $\vec{a}$ (3; −2; −1) и $\bar{b}$ (1; 2; 4). Найдите:

1) координаты вектора $\vec{m}=-3\vec{a}+2\bar{b}$;

2) косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\bar{b}$.

4. Даны векторы $\vec{a}$ (2; −6; 8) и $\bar{b}$ (−1; k; −4). При каком значении k векторы $\vec{a}$ и $\bar{b}$:

1) коллинеарны;

2) перпендикулярны?

5. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку A и перпендикулярной прямой AB, если A (1; 2; −3), B (4; 8; −6).

6. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, ребро которого равно 1 см. На диагонали C_1D его грани отметили точку M так, что $DM : MC_1 = 5 : 3$.

Вариант 2

1. Точка M — середина отрезка AB. Найдите координаты точки M и длину отрезка AB, если A (6; −5; 2), B (−4; 3; 10).

2. Точки M и K симметричны относительно точки D. Найдите координаты точки K, если M (4; −6; 3), D (−2; 1; 5).

3. Даны векторы $\vec{m}$ (2; −1; 3) и $\vec{n}$ (−1; 2; 5). Найдите:

1) координаты вектора $\vec{a}=-2\vec{m}+3\vec{n}$;

2) косинус угла между векторами $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

4. Даны векторы $\vec{m}$ (5; −4; 6) и $\vec{n}$ (15; −12; p). При каком значении p векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$:

1) коллинеарны;

2) перпендикулярны?

5. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку B и перпендикулярной прямой BC, если B (3; −2; 4), C (−2; 8; 19).

6. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, ребро которого равно 1 см. На диагонали AD_1 его грани отметили точку E так, что $AE : ED_1 = 2 : 7$.

Контрольная работа 4

Основы тригонометрии. Тригонометрические функции

Вариант 1	Вариант 2
Вычислите: $3\cos 60 + 2\sin 30^\circ$ Найдите значение выражения: $\mathrm{tg}\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{4}$ Из предложенных формул выберите верную: 1)$\sin^2 x - \cos^2 x = 1$2) $\mathrm{tg}x = \frac{\cos x}{\sin x}$ 3) $\mathrm{ctg}x \cdot \mathrm{tg}x = 1$4) $1 + \mathrm{ctg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ Упростите выражение: $1 - \sin x\cos x\,\mathrm{tg}x$ и найдите его значение при $x = \frac{\pi}{3}$ Найдите $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ и $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ Упростите выражение $\sin^4 x + \cos^4 x + 2\sin^2 x\cos^2 x$ и найдите его значение при $x = \frac{\pi}{12}$ Вычислите: $\sin(-1110^\circ) + 2\mathrm{tg}\left(-\frac{33\pi}{4}\right)$ Докажите тождество:	Вычислите: $2\cos 0^\circ - 4\sin 30^\circ$ Найдите значение выражения: $\cos\frac{\pi}{4} + \mathrm{ctg}\frac{\pi}{4}$ Из предложенных формул выберите верную: 1)$1 + \mathrm{tg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$2) $\frac{\cos x}{\sin x} = \mathrm{ctg}x$ 3) $\cos^2 x - \sin^2 x = 1$4) $\mathrm{tg}^2 x + \mathrm{ctg}^2 x = 1$ Упростите выражение: $(\sin x + 1)(1 - \sin x)$ и найдите его значение при $x = \frac{\pi}{6}$ Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$ и $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ Упростите выражение $\frac{2\sin^2 x - 2}{\cos^2 x}$ и найдите его значение при $x = \frac{\pi}{8}$ Вычислите: $\mathrm{ctg}(-765^\circ) - 2\cos\left(-\frac{19\pi}{3}\right)$ Докажите тождество: $(tg\alpha + ctg\alpha)(1-\cos 4\alpha) = 4\sin 2\alpha$

$\cos 4\alpha + 1 = \frac{1}{2}\sin 4\alpha(ctg\alpha - tg\alpha)$	

Контрольная работа 5

«Производная. Применение производной

Вариант 1.

1.. Найдите производную функции:

а) $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{2}{x}$; б) $y=-\frac{1}{6}x^3+6\sqrt{x}$; в) $y=4x^2+\cos x$

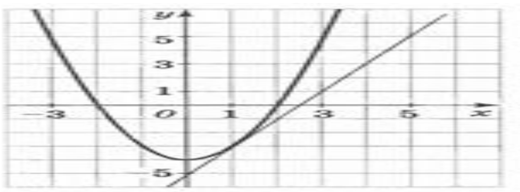
2.. Вычислите $f'(-2)$, если $f(x)=-x^3+\frac{1}{4}x^2$

3..Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции :

$y=2+ctgx$ в точке $x_0=\frac{\pi}{6}$

4..Точка движется по координатной прямой по закону
$x(t)=3t^3-2t^2-7$, где $x(t)$ - координата точки (в метрах) в момент времени t (в секундах). Найдите скорость точки через 3 с после
начала движения.

5..На рисунке изображен график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0=1$. Найдите $f'(x_0)$.



6. Составьте уравнение касательной к графику функции
$f(x)=x^2-4x-1$, в точке с абсциссой $x_0=-3$.

7. Найдите производную функции:
$y=-3\cos(8-2x)$.

Вариант 2.

1.. Найдите производную функции:

а) $y=\frac{1}{9}x^6-\frac{7}{x}$; б) $y=5x^3+2\sqrt{x}$; в) $y=-3x^3-2\cos x$

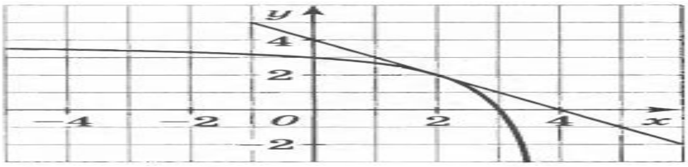
2.. Вычислите $f'(-2)$, если $f(x)=2x^3-\frac{1}{2}x^2+x$

3..Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции:

$y=3-2\,tg x$ в точке $x_0=\frac{\pi}{3}$

4..Точка движется по координатной прямой по закону
$x(t)=t^3-2t^2+t-41$, где $x(t)$ - координата точки (в метрах) в момент времени t (в секундах). Найдите скорость точки через 2 с после
начала движения.

5..На рисунке изображен график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0=2$. Найдите $f'(x_0)$.



6. Составьте уравнение касательной к графику функции
$f(x)=3x^2+2x-3,$ в точке с абсциссой $x_0=-4$.

7. Найдите производную функции: $y=4\sin(2-3x)$

Контрольная работа 6.

Многогранники и тела вращения

Задача: У параллелепипеда три грани имеют площади *2м²*, *4 м²* и *5 м²*. Чему равна полная поверхность параллелепипеда?

Задача: Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами *9* и *12 см*, все боковые рёбра равны *12,5 м*. Найдите объём пирамиды.

Задача: Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна *7 см*, а сторона основания *8 см*. Найдите боковое ребро.

Задача: Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами *6 см* и *8 см*. Каждое боковое ребро пирамиды равно *13 см*. Вычислите высоту пирамиды.

Задача: Куча щебня имеет коническую форму, радиус основания которой 4 м , а образующая 5 м. Найдите объём щебня.

Задача: Найти площадь сечения шара радиусом 25 см плоскостью, проведённой на расстоянии 20 см от центра шара.

Задача: Объём шара равен 288π см³. Найдите площадь поверхности шара.

Задача: Площадь боковой поверхности конуса равна 15π см², а площадь его основания на 6π см² меньше. Найдите объём конуса.

Задача: Радиус цилиндра равен 5 см, площадь боковой поверхности вдвое больше площади основания. Найдите объём цилиндра.

Задача: Плоскость проходит на расстоянии 6 см от центра шара. Радиус сечения равен 8 см. Найдите площадь поверхности шара.

.

Контрольная работа 7

Первообразная функции, ее применение

1.Найдите общий вид первообразных: $f(x) = 2x – 5$ на R $f(x) = x^7 – 2 \sin x$ на R $f(x) = 2x^5-4x+3$ на R 2. Вычислите $F(b) – F(a)$, если $f(x) =3x^2 – 2x$; $a=\frac{2}{3}$; $b=-\frac{2}{3}$. 3. Вычислите площадь фигуры ограниченной: а) графиком функции $f(x) =6x-x^2$ и линиями, $a=3$; $b = 5$; б) графиком функции $f(x) =\sin x$, $a=\frac{\pi}{4}$; $b=\pi$. 4. Найдите первообразную функции $f(x)=4–x^2$, график которой проходит через точку (-3; 10).	1.Найдите общий вид первообразных: $f(x) = 3x – 1$ на R $f(x) = x^5+ \cos x$ на R $f(x) = 2x^3 – 3x+ 2$ на R 2. Вычислите $F(b) – F(a)$, если $f(x) = 3 x^3+ 4 x$; $a=\frac{4}{3}$; $b=-\frac{4}{3}$. 3. Вычислите площадь фигуры ограниченной: а) графиком функции $f(x) =x^2 – 2x+2$ и линиями, $a = 0$; $b = 2$; б) графиком функции $f(x) =\cos x$, $a=0$; $b=\pi$. 4. Найдите первообразную функции $f(x)=4x–x^2$, график которой проходит через точку (-1; 1).

Контрольная работа 8

Степени и корни. Степенная функция

1 вариант

№1. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{-100000}$; б) $\sqrt[4]{1296}$; в) $-\sqrt[6]{0,000064}+\sqrt[3]{-1331}$

№2.Расположите числа в порядке убывания: $\sqrt[3]{31}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt[6]{666}$.

№3. Упростите выражение и найдите его значение: $\sqrt{9b^2}-\sqrt[3]{8b^3}-\sqrt[4]{256b^4}$, при $b=-3$.

№4.Вычислите: а) $81^{\frac{1}{4}}$; б) $\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{1}{3}}$; в) $0,00032^{\frac{1}{5}}$; г) $\left(5\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}}$; д) $16^{-\frac{1}{4}}$.

№5.Упростите выражение: а) $c^{\frac{1}{3}}\cdot c^{\frac{1}{3}}$; б) $x^{-\frac{5}{6}}:x^{\frac{1}{3}}$; в) $\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$; г) $\left(a^{0,4}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot a^{0,8}$.

№6. Решите уравнение: а) $\sqrt[3]{x^2-9x-19}=-3$; б) $\sqrt[4]{x^2+7x+13}=-1$.

№7. Составьте уравнение касательной к графику функции $y=\frac{5}{3}x^{0,6}+x^{-4}$ в точке x =1 .

№8 Упростить выражение $\left(\sqrt[4]{x}-2\sqrt[4]{y}\right)\left(\sqrt[4]{x}+2\sqrt[4]{y}\right)+2\sqrt[8]{y^7}\div\sqrt[8]{y^3}$

№9.Сократите дроби, считая, что переменные принимают неотрицательные значения:

а) $\frac{\sqrt{10b}-\sqrt{15}}{\sqrt{15b}-\sqrt{5}}$; б) $\frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{xy}}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{xy}}$.

2 вариант

№1. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{-343}$; б) $\sqrt[6]{0,000064}$; в) $\sqrt[7]{-128}+\sqrt[4]{625}$.

№2.Расположите числа в порядке возрастания: $\sqrt{11}$; $\sqrt[3]{30}$; $\sqrt[6]{777}$.

№3. Упростите выражение и найдите его значение: $\sqrt{25a^2}+\sqrt[3]{64a^3}-\sqrt[4]{16a^4}$, при $a=-5$.

№4. Вычислите: а) $64^{\frac{1}{2}}$; б) $\left(\frac{25}{49}\right)^{\frac{1}{2}}$; в) $0,0081^{\frac{1}{4}}$; г) $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$; д) $32^{-\frac{1}{5}}$.

№5. Упростите выражение: а) $b^{-\frac{1}{3}}\cdot b^{\frac{1}{3}}$; б) $x^{\frac{1}{2}}:x^{\frac{1}{3}}$; в) $\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$; г) $\left(a^{0,2}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot a^{0,9}$.

№6. Решите уравнение: а) $\sqrt[4]{x^2-10x+25}=-2$; б) $\sqrt[3]{2x^2+6x-57}=-1$

№7. Составьте уравнение касательной к графику функции $y=x^{-0,5}+3$ в точке x =1 .

№8. Упростить выражение $\left(2\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{y}\right)^2+4\sqrt[12]{a^7y^8}\div\sqrt[12]{a^5y^6}$

№9. Сократите дроби, считая, что переменные принимают неотрицательные значения: а) $\frac{\sqrt{14}-\sqrt{21}}{\sqrt{7k}-\sqrt{14}}$; б) $\frac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{ab}}$.

Контрольная 9

Логарифмическая функции

Часть А *Запишите только ответ* 1. Вычислите $\log_2\frac{1}{8}$. 2. Вычислите $\log_{10}4+\log_{10}25$. 3. Сравните $\log_{0,02}3,5$ и $\log_{0,02}4,1$. 4. Вычислите $\frac{1}{4}\log_3\frac{16}{81}-\frac{1}{3}\log_3\frac{8}{27}$. 5. Выразите $\log_{\sqrt[3]{9}}5$ через логарифм по основанию 3.	Часть А *Запишите только ответ* 1. Вычислите $\log_{0,5}\frac{1}{4}$. 2. Вычислите $\log_5 50-\log_5 2$. 3. Сравните $\log_3 3,5$ и $\log_3 5,6$. 4. Вычислите $2\log_{10}3-\frac{1}{2}\log_{10}0,81$. 5. Выразите $\log_{\sqrt[5]{4}}7$ через логарифм по основанию

Вариант 1	Вариант 2
1. Вычислить: 1) $\log_{\frac{1}{2}} 16$; 2) $5^{4\log_5 3}$; 3) $\log_3 135 - \log_3 20 + 2\log_3 6$ 2. Найти область определения функции y = log3 (x2 – 13x + 12) 3. Решите уравнение: а) log5(2x – 1) = 2 б) log2(x - 2) + log2 x = 3 в) $\log^2_{\frac{1}{2}} x + 3\log_{\frac{1}{2}} x + 2 = 0$ 4. Решите неравенство и укажите все его целые решения log3x > log3(5 – x) 5. Решите неравенство: а) $\log_{\frac{1}{3}}(x-5)$ > -1 б) $\log_4(x-2) + \log_4(x-8)$ < 2	1.Вычислить: 1) $\log_3 \frac{1}{27}$; 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\log_{\frac{1}{3}} 7}$; 3) $\log_2 56 + 2\log_2 12 - \log_2 63$ 2. Найти область определения функции y = lg (-x2 – 5x + 14) 3. Решите уравнение: а) log4(2x + 3) = 3; б) log3(x - 8) + log3 x = 2 в) $\log^2_{0,2} x + \log_{0,2} x - 6 = 0$ 4. Решите неравенство и укажите все его целые решения $\log_{\frac{1}{7}}(2x+3)$ < $\log_{\frac{1}{7}}(3x-2)$ 5. Решите неравенство: а) $\log_5(x-3)$ < 2; б) $\log_7(x-3{,}5) + \log_7(x-2)$ < 1

Контрольная 10

Уравнения и неравенства

№1. Решить уравнения.

1) $\frac{3x+1}{5} = 2 - \frac{4(x-3)}{15}$

2) (x-3)(x-2) = 6(x-3)

3) $\sqrt{x^2-16}$ = $x^2 - 22$

№2. Решить неравенства.

1) $-x^2 + 4x - 4$

2) $2x^2 + x + 3$ 0

3) $|12x-5|$

№3. Решить систему линейных уравнений.

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 11 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}.$$

№1. Решить уравнения.

1) $\frac{1-3y}{11} - \frac{3-y}{5}$ = 0

2) 0,3x(x + 13)-2x(0,9 - 0,2x) = 0

3) $\sqrt{x^2+9} = x^2 - 11$

№2. Решить неравенства.

1) $-x^2 + 2x + 3 \geq 0$

2) $3x^2 - 4x + 2$

3) $|3x-6|$ 1

№3. Решить систему линейных уравнений по формуле

$$\begin{cases} 3x+2y+z=3 \\ 5x-2y-2z=3 \\ x+y-z=-2 \end{cases}.$$

Перечень практических работ

Тема «Повторение курса математики основной школы»

Цель и задачи У владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы

Практическое занятие №1
Виды плоских фигур и их площадь.

Задания для практической работы

1 вариант В треугольнике *ABC* угол *A* равен 90 °, *AC* = 6, sin *B* = 0,3. Найдите *BC*. Точка *H* является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла *B* треугольника *ABC* к гипотенузе *AC*. Найдите *AB*, если *AH* = 7, *AC* = 28. В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, AC=10$\sqrt{6}$, BC = 5. Найдите sin A. В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, sinA = 0,6, *BC* = 3. Найдите высоту *CH*. Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 20. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе.
2 вариант В треугольнике *ABC* угол *C* прямой, *AC* = 6 , *cos A* = 0,6 . Найдите *AB*. Катеты прямоугольного треугольника равны 21 и 72. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе. Точка *H* является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла *B* треугольника *ABC* к гипотенузе *AC*. Найдите *AB*, если *AH* = 4, *AC* = 16. В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, AC=3, BC=4. Найдите sinA. В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, BC=25, sinA =0,6. Найдите высоту *CH*.

Практическое занятие №2

Нахождение площадей фигур

Варианты заданий практической работы

Площадь прямоугольника равна 75. Найдите стороны этого прямоугольника, если одна из них в 3 раза больше другой.

Найдите площадь прямоугольника, если одна из его сторон равна5, а угол между диагоналями равен 60°.

Площадь параллелограмма равна 90. Найдите высоту параллелограмма, проведенную к стороне, равной 12.

Найдите площадь равностороннего треугольника, сторона которого равна 12.

Вычислите площадь трапеции АВСД с основаниями АД и ВС, если АД=20, ВС=4, АВ=16 и угол А=30°.

Найдите площадь равнобедренной трапеции, основания которой равны 8 и 12, а боковая сторона равна 10.

Площадь прямоугольника равна 520 м^2, а отношение его сторон равно 2: 5. Найдите периметр данного прямоугольника.

Стороны параллелограмма равны 5 см и 11 см. Найдите его площадь, если один из углов равен 30°.

Найдите площадь ромба со стороной 24 см и углом 120°.

Найдите площадь параллелограмма, периметр которого равен 42 см, а высоты равны 8 см и 6 см.

Практическое занятие №3

Нахождение площадей фигур

Задания для практической работы

1)Найдите периметр ромба, площадь которого равна 48 см^2 а острый угол равен 30°.

2)Найдите площадь равнобедренной трапеции, у которой основания равны 8 см и 18 см, а боковая сторона равна средней линии.

3)В прямоугольной трапеции большая боковая сторона равна сумме оснований, высота равна 12 см. Найдите площадь прямоугольника, стороны которого равны основаниям трапеции.

Точка касания круга, вписанного в прямоугольный треугольник, делит гипотенузу на части, равные 4 см и 6 см. Найдите площадь этого круга.

Площадь прямоугольника равна 75. Найдите стороны этого прямоугольника, если одна из них в 3 раза больше другой.

Найдите площадь прямоугольника, если одна из его сторон равна5, а угол между диагоналями равен 60°.

Площадь параллелограмма равна 90. Найдите высоту параллелограмма, проведенную к стороне, равной 12.

Найдите площадь равностороннего треугольника, сторона которого равна 12.

Вычислите площадь трапеции АВСД с основаниями АД и ВС, если АД=20, ВС=4, АВ=16 и угол А=30°.

Найдите площадь равнобедренной трапеции, основания которой равны 8 и 12, а боковая сторона равна 10.

Площадь прямоугольника равна 520 м^2, а отношение его сторон равно 2: 5. Найдите периметр данного прямоугольника.

Стороны параллелограмма равны 5 см и 11 см. Найдите его площадь, если один из углов равен 30°.

Тема »Прямые и плоскости в пространстве»

Цель и задачиОбобщить и систематизировать знания по теме «Прямые и плоскости в пространстве»; закрепить умения использовать полученные знания для решения задач

Практическое занятие №4

Теорема о трех перпендикулярах

Цель работы: Обобщить и систематизировать знания по теме «Перпендикулярность в пространстве»; закрепить умения использовать полученные знания для решения задач

Теоретические сведения к практической работе:

Опр. Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90º.

Признак перпендикулярности прямой и плоскости

Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

В задачах часто используется *теорема о 3-х перпендикулярах*:

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к её проекции.

Варианты заданий практической работы

№1. Через вершину В квадрата ABCD проведена прямая BF перпендикулярно его плоскости. Найдите расстояние от точки F до вершины С, если BF=8 см, сторона квадрата равна 4 см.

№2. Дан прямоугольник ABCD. Через вершину Впроведена прямая BM перпендикулярно к его плоскости. Найдите AD, если AM=5 см, MD=8см.

№3. Через точку O пересечения диагоналей квадрата со стороной 5 см проведена прямая OK=6 см перпендикулярно к плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки A до вершины квадрата

№4.Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного $\triangle$ ABC, AB=AC=5, BC=6, AD=12, AE-высота $\triangle$ ABC. Найдите AE, DE, BD, DC

Вариант 2

№1. Через вершину B квадрата ABCD проведена прямая BF перпендикулярно его плоскости. Найдите расстояние от точки F до вершины А, если BF=8 см, сторона квадрата равна 4 см.

№2. Дан прямоугольник ABCD. Через вершину Впроведена прямая BM перпендикулярно к его плоскости. Найдите AD, если AM=3 см, MD=7см.

№3. Через точку О пересечения диагоналей квадрата со стороной 10 см проведена прямая ОК=5 см перпендикулярно к плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки А до вершины квадрата.

№4.Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного $\triangle$ ABC, AB=AC=5, BC=6, AD=12, AE-высота $\triangle$ ABC. Найдите AE, DE, BD, DC

Практическая работа 5

Угол между прямой и плоскостью

ЦЕЛИ: отработка знаний, умений и навыков по нахождению угла между прямой и плоскостью; умение строить такие углы.
1. По рисунку назовите: перпендикуляр (АД), основание перпендикуляра(Д), наклонную к плоскости α(РА), проекцию наклонной на плоскость α(РД).
2. Сравните AP и AD. (AP>AD, так как перпендикуляр меньше любой наклонной).

3. Что называется расстоянием от точки А до плоскости α?(длина перпендикуляра АД)
4. Сформулировать теорему о трёх перпендикулярах (Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.
5. Сформулировать теорему, обратную теореме о трёх перпендикулярах (Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна.
Определение: Проекцией точки на плоскость называется основание перпендикуляра, проведённого из этой точки к плоскости, если точка не лежит в плоскости, и сама точка, если она лежит в плоскости.
7. Проекцией прямой а на плоскость α, не перпендикулярную к этой прямой, является прямая.
8.Вспомним определение: Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярную к ней, называется угол между прямой и её проекцией на плоскость.

Задания для практической работы

Задача 1:

В параллелепипеде ABCDA1B1C1D1 - ABCD – квадрат со стороной, равной 2 см. Все боковые грани – прямоугольники, B1D=5 см. Найдите углы между B1D и плоскостью ABC и между B1D и плоскостью DD1C1. Р Решение:угол между B1D и плоскостью ABC есть угол BDB1.

1. ABCD – квадрат. По теореме Пифагора BD2=22+22=8; BD=2 ;

2.Из прямоугольного треугольника BDB1: cos BDB1= BD/DB1=2 /5=0,4 ; BDB1=550

3. Аналогично из прямоугольного треугольника B1DC1: sin B1DC1=B1C1/.B1D=2/5=0,4; B1DC1=230 35(угол находим по таблице синусов).

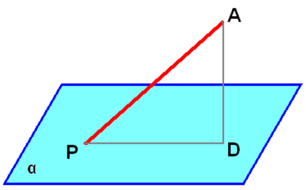
4: Из точки, отстоящей от плоскости на расстояние a, проведены две наклонные, образующие с плоскостью углы в 450 , а между собой угол в 600 . Определить расстояние между концами наклонных. Решение: 1. Треугольники АСН и СНВ прямоугольные и углы САН= СВН=45о СН=АН=НВ=а 2. По теореме Пифагора СА=СВ=а ; 3. В треугольнике АВС угол АСВ=60о и АС=СВ треугольник АВС равносторонний АВ= а ;

5:Отрезок длиной 10м пересекает плоскость, концы его находятся на расстояниях 2м и 3м от плоскости.Найти угол между данным отрезком и плоскостью. 3. Выучить определение угла между прямой и плоскостью.

Практическое занятие№6

Угол между прямой и плоскостью

Цель: обобщить понятие угла между прямой и плоскостью;
научить строить угол между прямой и плоскостью при работе с многогранниками;
обосновывать или опровергать выдвигаемые предположения;
развивать пространственное мышление, воспитывать стремление к приобретению новых знаний, интерес к предмету.

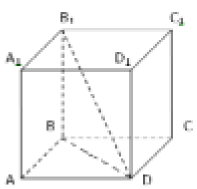


1) По рисунку назовите: перпендикуляр, основание перпендикуляра, наклонную к плоскости α, наклонной, проекцию наклонной на плоскость α.
2) Сравните AP и AD.

3) Что называется расстоянием от точки А до плоскости α?
4) Что называется расстоянием между параллельными плоскостями?
5) Сформулировать теорему о трёх перпендикулярах *(Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.)*

Задания для практической работы
Задача 1: Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Сторона AB равна 1дм. Найдите величину угла между диагональю куба B_1D и плоскостью ABC.

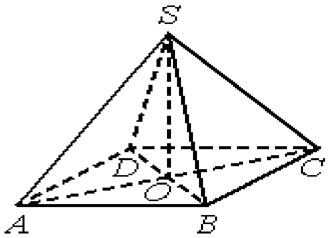
Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Сторона AB равна 1дм. Найдите величину угла между диагональю куба B_1D и плоскостью ABC.



Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$,– куб, AB = 1дм

Найти: угол между B_1D и ABC.

В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD с вершиной S точка O – центр основания, SO=35, SD=37. Найдите длину отрезка BD.



Дано: SABCD правильная пирамида,

O– центр основания,

SO=35, SD=37.

Найдите: BD

Задача 4В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD с вершиной S точка O – центр основания, SO=35, SD=37. Найдите длину отрезка BD.

Практическое занятие №7

Угол между плоскостями

Цель: изучить расположение углов между прямыми и плоскостями Рассмотрим плоскость α и точку A, не лежащую в этой плоскости1 .

Проведем через точку A прямую, перпендикулярную к плоскости α, и обозначим буквой H точку пересечения этой прямой с плоскостью α. Отрезок AH называется перпендикуляром, проведенным из точки A к плоскости α, а точка H — основанием перпендикуляра. O. Отметим в плоскости α какую-нибудь точку M, отличную от H, иФ проведем отрезок AM. Он называется наклонной, проведенной из т. A к плоскости α, а точка M – основанием наклонной. Отрезок HM называется проекцией наклонной на плоскость α. Рассмотрим прямоугольный треугольник AMH. Сторона AH — катет, а сторона AM — гипотенуза, т.е. AH < AM. Следовательно, перпендикуляр, проведенный из данной точки A к плоскости α, меньше любой наклонной, проведенной из той же точки к этой плоскости. Из всех расстояний от т. A до различных точек плоскости α наименьшим является расстояние до т. H. O. Длина перпендикуляра, проведенного из точки A к плоскости α,Ф называется расстоянием от точки A до плоскости α. O.

Задания для практической работы

1. Точка M не лежит в плоскости прямоугольника ABCD. Докажите, что прямая CD параллельна плоскости ABM

2. Точка M не лежит в плоскости трапеции ABCD с основанием AD. Докажите, что прямая AD параллельна плоскости BMC. 3. Отрезок2 AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC. Известно, что AB=AC=5 см, BC = 6 см, AD=12 см.

Найдите расстояние от концов отрезка AD до прямой BC 4. В единичном кубе ABCDA1B1C1D1 найдите: а) угол между прямыми AB1 и BC1.

б) угол между прямыми DA1 и BD1. в) угол между прямой AD1 и плоскостью ABCD. г) угол между прямой B1D и плоскостью ABB1A1.

<table>
<tr><td>Вариант 1

Прямая a параллельна плоскости α, прямая b также параллельна плоскости α. Могут ли a и b:
а) Быть параллельными?
б) Пересекаться?
в) Быть скрещивающимися прямыми?
Точка M лежит вне плоскости параллелограмма ABCD.
а) Докажите, что средние линии треугольников MAD и MBC параллельны.
б) Найдите эти средние линии, если боковая сторона параллелограмма равна 5, а его высота равная 4 и делит сторону, к которой проведена, пополам.

Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках M и N соответственно. BN:NC=5:8. MB:AB=5:13.
а) Докажите, что AC || α.
б) Найдите MN, если AC=26.

Через вершину C квадрата ABCD, проходит прямая CK, не лежащая в плоскости квадрата.
а) Докажите, что CK и AD скрещивающиеся.
б) Чему равен угол между CK и AD. Угол CBK равен 45 градусов, угол CKB равен 75 градусов?</td>
<td>Вариант 2

Прямая a пересекает плоскость α, прямая b также пересекает плоскости α. Могут ли a и b:

а) Быть параллельными?

б) Пересекаться?

в) Быть скрещивающимися прямыми?

Треугольник ABC и трапеция KMNP имеют общую среднюю линию EF, MN||EF, EF||BC.
а) Докажите, что BC|| KP.
б) Найдите KP и MN, если BC=24,

KP:MN = 8:3.

Плоскость α проходит через сторону AB треугольника ABC. Прямая пересекает стороны BC и AC в точках M и N соответственно. MC:BC=6:13, NC:AN=6:7.
а) Докажите, что MN || α.
б) Найдите MN, если AC=39.

Точка F лежит вне плоскости трапеции ABCD.
а) Докажите, что AF и BC скрещивающиеся.
б) Чему равен угол между AF и BC, если угол AFD равен 70 градусов, угол FDA равен 40 градусов?</td></tr>
</table>

Тема «Координаты и векторы»

Цель -умение находить координаты вектора; производить действия над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число), вычислять скалярное произведение; вычислять угол между векторами; находить проекцию вектора на ось

Практическое занятие8

Векторы в пространстве

Задания для практической работы

Вариант 1	Вариант 2
1) Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если A(5; -1; 3), B(2; -2; 4). 2) Даны векторы $\vec{a}\{3; 1; -2\}$, $\vec{в}\{1; 4; -3\}$. Найдите $\left\|2\vec{a}-\vec{b}\right\|$. 3) Изобразите систему координат Oxyz и постройте точку A(1; -2; -4). Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.	1) Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если A(6; 3; -2), B(2; 4; -5). 2) Даны векторы $\vec{a}\{5; -1; 2\}$, $\vec{в}\{3; 2; -4\}$. Найдите $\left\|\vec{a}-2\vec{b}\right\|$. 3) Изобразите систему координат Oxyz и постройте точку B(-2; -3; 4). Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.

Практическое занятие№9

Сложение и вычитание векторов

Цель работы:сформировать у студентов умениенаходить координаты вектора;производить действия над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число), вычислять скалярное произведение; вычислять угол между векторами; находить проекцию вектора на ось. При выполнении практической работы студент должен знать: определения: вектора, модуль вектора, равные вектора;• правила работы с векторами;• условия перпендикулярности и коллинеарностивекторов;• скалярного произведения векторов.• Студент должен уметь: находить координаты вектора• вычислять скалярное

Вариант 1	Вариант 2
1. Даны векторы $\vec{a}$ {2; –4; 3} и $\vec{b}$ {–3; 1; 1}.Найдите координаты вектора $\vec{c}$ = 0,3 $\vec{a}$ -2 $\vec{b}$. 2. Даны векторы $\vec{a}$ {1; –2; 0}, $\vec{b}$ {3; –6; 0} и $\vec{c}$ {0; –3; 4}. Найдите координаты вектора $\vec{p}=2\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}-\vec{c}$. 3. Найдите значения *m* и *n*, при которых векторы $\vec{a}$ {–6; *n*; 1} и $\vec{b}$ {*m*; 16; –2} будут коллинеарными. 4. Треугольника ABC задан координатами своих вершин A(1;5;3), B(-1;-3;9), C(3;-2;6) а) Определить вид треугольника; б) найти координаты К- середины АВ и длину СК	1. Даны векторы $\vec{a}$ {1; –3; 1} и $\vec{b}$ {–1; 2; 2}.Найдите координаты вектора $\vec{c}$ = - 0,7 $\vec{a}$ – 0,01 $\vec{b}$. 2. Даны векторы $\vec{a}$ {2; 4; –6}, $\vec{b}$ {–3; 1; 0} и $\vec{c}$ {3; 0; –1}. Найдите координаты вектора $\vec{p}=-\frac{1}{2}\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}$. 3. Найдите значения *m* и *n*, при которых векторы $\vec{a}$ {–4; *m*; 2} и $\vec{b}$ {2; –6; *n*} будут коллинеарными. 4 Треугольника ABC задан координатами своих вершин A(-1;5;3), B(7;-1;3), C(3;-2;6) а) Определить вид треугольника; б) найти координаты точки М - середины СА и длину ВМ

произведение;

Практическое занятие№10

Умножение вектора на число. Компланарные векторы.

Задания для практической работы

1. В параллелограмме MNKS, точка E- середина стороны MS. $\overrightarrow{NM}=\vec{a},\ \overrightarrow{NK}=\vec{b}$. Выразите $\overrightarrow{NE} и \overrightarrow{EK}$ через $\vec{a} и \vec{b}$.

2 Дан вектор $\vec{c}$ (6;-12). Найдите координаты и модули векторов

-2 $\vec{c}; 1.5\vec{c}$

3.Даны векторы $\vec{m}$ (2;-4) и $\vec{n}$ (-3;1).

Найдите координаты 3 $\vec{m}+2\vec{n}$

.1 В параллелограмме ODPE, точка К- середина стороны DP. $\overrightarrow{OD}=\vec{c},\ \overrightarrow{OE}=\vec{i}$. Выразите $\overrightarrow{OK} и \overrightarrow{KE}$ через $\vec{c} и \vec{i}$.

2. Дан вектор $\vec{a}$ (4;-2). Найдите координаты и модули векторов 2 $\vec{a}; -1.5\,\vec{a}$

3.Даны векторы $\vec{c}$ (-3;3) и $\vec{d}$ (16;-8).

Найдите координаты 2 $\vec{c}+$¿

Практическое занятие№11

Скалярное произведение векторов.

Разложениевектора по трем некомпланарным векторам

Цель: научиться находить координаты вектора, скалярное произведение векторов, угол между векторами.

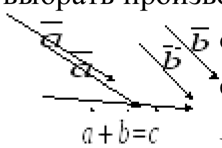
Вектором называется направленный отрезок прямой.

Вектор с началом в точке *A* и концом в точке *B* обозначается $\overrightarrow{AB}$. Для обозначения векторов употребляются также строчные латинские буквы: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x} \ldots$.

Два вектора называются ***коллинеарными***, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых. Коллинеарные векторы, направленные в одну сторону, называются ***сонаправленными***. Коллинеарные векторы, направленные в противоположные стороны, - ***противоположно направленными***.

Два вектора называются ***равными***, если они сонаправлены и равны по модулю.

Сложение векторов. Для того чтобы построить сумму двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, нужно выбрать произвольную точку А и отложить от неё вектор $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, а затем от точки В



отложить вектор $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. Тогда вектор $\overrightarrow{AC}$ является искомой суммой: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

Координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ с началом в точке $A(x_1;y_1;z_1)$ и концом в точке $B\ (x_2;y_2;z_2)$ равны $(x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1)$.

Длина вектора $\overrightarrow{AB}$ вычисляется по формуле:

$\left|\vec{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.

Суммой векторов $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ и $\vec{b}(b_1; b_2; b_3)$ называется вектор $\vec{c}$ с координатами $(a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$.

Произведением вектора $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ на число λ называется вектор $\lambda\vec{a}(\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$.

Скалярным произведением двух ненулевых векторов называется произведение длин этих векторов на косинус угла между ними. Если хотя бы один из векторов нулевой, то их скалярное произведение равно нулю.

$\vec{a}\cdot\vec{b} = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\varphi$,

где φ - угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Скалярное произведение двух векторов равно сумме произведений одноименных координат этих векторов:

Задания для практической работы

Даны точки *A(1; 3; 0)*, *B(2; 3; -1)* и *C(1; 2; -1)*. Вычислите угол между векторами и .

Известно, что , , . Вычислите .

Дана $ABCA_1B_1C_1$ – призма. Найти .

Найти координаты вектора , если, , , .

Даны точки *A(5; 0; 0)*, *B(1; 1; 1* Дан $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед. Найти .

Найти координаты*)* и *C(3; -1; 2)*. Вычислите угол между векторами и .

Известно, что , , . Вычислите.

Тема »Основы тригонометрии.

Тригонометрические функции«

Цель

Проанализировав получившиеся графики, сделать выводы о преобразованиях, вызванных рассмотренными операциями.

Получить наглядную иллюстрацию.

В дальнейшем использовать полученные умения для исследований других функций.

Практическая работа12

Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций

Цель:

Показать программу и её использование для быстрого вычисления значений функций и построения графиков.

Научить пользоваться для этого программой.

Проанализировав получившиеся графики, сделать выводы о преобразованиях, вызванных рассмотренными операциями.

Получить наглядную иллюстрацию.

В дальнейшем использовать полученные умения для исследований других функций.

Для построения графика функции $y=f(x)+a$, где a - постоянное число, надо перенести график $y=f(x)$ вдоль оси ординат. Если a>0, то график переносим параллельно самому себе вверх, если a < 0, то – вниз.

Для построения графика функции $y=kf(x)$ надо растянуть график функции $y=f(x)$ в k раз вдоль оси ординат. Если $|k|>1$, то происходит растяжение графика вдоль оси OY, если $0<|k|<1$, то – сжатие.

График функции $y=f(x+b)$ получается из графика $y=f(x)$ путем параллельного переноса вдоль оси абсцисс. Если b>0 , то график перемещается влево, если b<0, то – вправо.

Для построения графика функции $y=f(kx)$ надо растянуть график $y=f(x)$ вдоль оси абсцисс. Если $|k|>1$, то происходит сжатие графика вдоль оси OX, если 0<|k|<1 , то – растяжение.

Примеры преобразования графиков функций:

График функции $y=\sin\frac{x}{3}$ получается из графика $y=sinx$ путем растяжения вдоль оси Ox в 3 раза.

2. $y=2\cos x$

График функции получается из графика $y=\cos x$ путем растяжения вдоль оси Oy в 2 раза.

3. $y=tgx+2$

График функции $y=tgx+2$ получается из графика $y=tgx$ путем параллельного переноса на 2 единицы вверх вдоль оси Oy.

4 График функции получается из графика $y=\cos\left(x+\frac{\Pi}{2}\right)$

 путем параллельного переноса вдоль оси абсцисс на $\frac{\Pi}{2}$ единиц влево.

график функции $y=\frac{1}{4}\sin x$ получается из графика $y=\sin x$ путем сжатия вдоль оси Oy в 4 раза.

Задания для практической работы

Постройте графики функций:

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
y= -sin x y= cosx +1 y= 2sinx	y= - cosx y= sinx -1 y=2cosx	y= -tgx y= cosx -1 y=0,5sinx	y= -sinx y= sinx+1 y=0,5cosx

y=cos(0,5x)	y= - sin2x	y=cos2x	y=sin3x

Практическое занятие№13

Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций

Сжатие и растяжение графика.

Здесь речь идет о построении графиков функций вида:

$y = m \sin kx$,

$y = m \cos kx$,

$y = m \operatorname{tg} kx$,

$y = m \operatorname{ctg} kx$.

$y = f(kx)$

При $k > 1$ – сжатие графика к оси ординат в k раз,

при $0 < k < 1$ – растяжение графика от оси ординат в k раз,

Вообще говоря, построение графика функции

$y = m \sin kx$

осуществляется в три этапа:

1. Строят график функции $y = \sin x$.
2. Строят график функции $y = \sin kx$.
3. Строят график функции $y = m \sin kx$.

Аналогично обстоит дело с другими тригонометрическими функциями.

На практике обычно при построении графика функции

$y = m \sin kx$ ($y = m \cos kx$)

выполняют растяжение и сжатие для одной полуволны графика функции

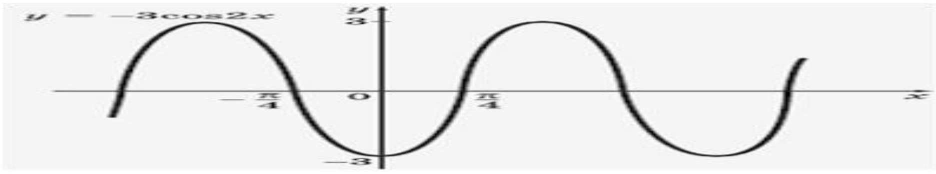
$y = \sin x$ ($y = \cos x$),

а затем строят весь график.

Задания для практической работы

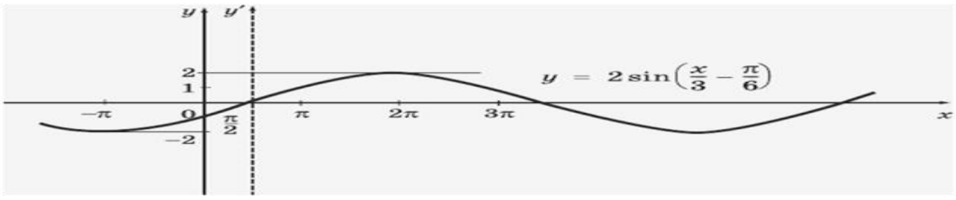
1Построить график функции:

$y = –3 \cos 2x$



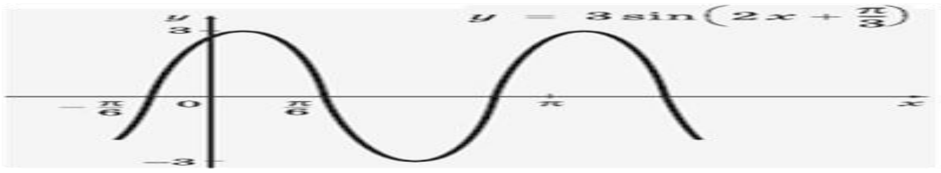
2Построить график функции

y = 2 sin $\left(x/_3 - \pi/_6\right)$.



3*Построить график функции*

y = 3 sin (2x $+ \pi/_3$).



Практическое занятие№14

Преобразование графиков тригонометрических функций

Задания для практической работы

Вариант 1

1. Основные свойства и график функции y = sin x.

2. Найдите основной период функции:

а) $y = 5\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$;

б) $y = 7\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) - 3\cos\left(5x + \frac{\pi}{8}\right)$.

3. Постройте график функции $y = \cos x + \frac{|x|}{x}$.

Вариант 2

1. Основные свойства и график функции y = cos x.

2. Найдите основной период функции:

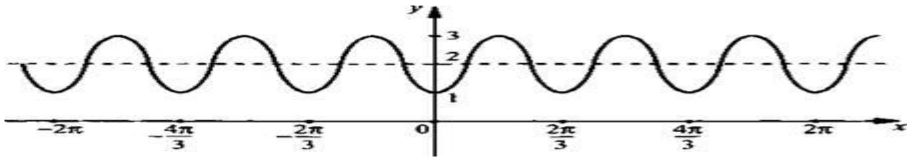
а) $y = 3\sin\left(4x - \frac{\pi}{5}\right)$;

б) $y = 8\cos\left(3x + \frac{\pi}{8}\right) - 5\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

3. Постройте график функции $y = \sin x - \frac{x}{|x|}$.

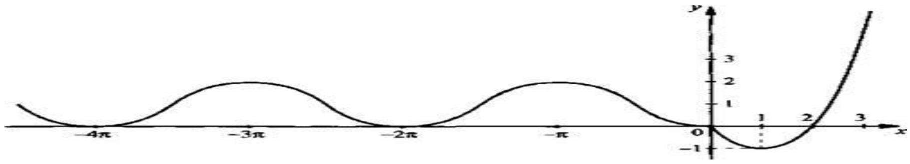
Пример 1

Построим график функции y = -cos 3x + 2.



Пример 3

Построим график сложной функции y = cos(2x + |x|).



Практическое занятие№15

Преобразование графиков тригонометрических функций

Задания для практической работы

1)Построить на одной координатной плоскости графики функций

1. y= sin x 2. y=sin(x-1,5)

2)Построить на одной координатной плоскости графики функций:

1. y= cos x 2. y=cos(x-1)

3) Построить на одной координатной плоскости графики функций:

1. y= sinx2. y=sin(2x) 3. y=sin(2x-0,5)

4) Построить на одной координатной плоскости графики функций:

1. y= ctg x 2. y= ctg (x+1) 3. y=ctg (2x+1)

5) Построить на одной координатной плоскости графики функций:

1. y= tg x 2. y= 3tg 3. y=3tg(x-3)

Тема «Физический смысл производной в задачах»

Цель -рассмотреть решение примеров на механический смысл производной

Физический смысл производной в профессиональных задачах

Практическая работа 16

Физический (механический) смысл производной

Цели:

повторить, в чем заключается механический смысл производной

рассмотреть решение примеров на механический смысл производной

Критерии оценок

оценка «5» ставится за правильные ответы на все вопросы и верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за правильные ответы на все вопросы и верное выполнение любых шести заданий работы

оценка «3» ставится за правильные ответы на вопросы и верное выполнение любых пяти заданий работы

Порядок выполнения работы

Задание 1.

, ответить на вопросы и ответы записать в тетрадь:

1. В чем заключается механический смысл производной?

2. Как находится скорость движения материальной точки?

3. Как вычисляется ускорение с помощью производной

Варианты заданий практической работы:

2. Закон прямолинейного движения точки выражается формулой

s = 1 + $t^2-\frac{1}{4}t^4$ (s выражается в метрах, t - в секундах). Найти скорость и ускорение движения в момент времени $t=3$

3. Тело массой 25 кг движется прямолинейно по закону s = ln(1 + t^2¿. Найти кинетическую энергию тела (0.5m V^2¿ через 2с после начала движения.

4. Точка движется по оси абсцисс по закону x = 0,25($t^4-4t^3+2t^2-2t$¿

(x выражается в метрах, t - в секундах). В какой момент времени точка остановится?

5. Точка движется прямолинейно по закону s(t) = 4 t^3+5t^2 +4 (s измеряется в метрах, t – в секундах). Напишите формулы, выражающие скорость и ускорение в любой момент времени и вычислите их при t = 3с.

Практическое занятие№17

Физический (механический) смысл производной

Физический смысл производной заключается в том, что производная выражает скорость протекания процесса, описываемого зависимостью *y = f(x)*:

- если это движение автомобиля, то, принимая в качестве функции зависимость пройденного расстояния от времени, с помощью производной получается зависимость скорости от времени;

- если же рассмотреть в качестве функции мгновенную скорость автомобиля, то производная задает изменение его ускорения;
- если рассмотреть функцию, задающую зависимость объема произведенной продукции от времени, то производная позволит узнать, как изменялась со временем

производительность труда на этом предприятии;
- если рассматриваются электромагнитные волны, то могут потребоваться функции, характеризующие изменение со временем электрического и магнитного полей, а также их производные - скорости изменения этих полей, ведь величина магнитного поля пропорциональна скорости изменения электрического поля и т.п.
Решая конкретные текстовые задачи на скорость процесса с применением производной, следует не забывать о размерностях величин. Если переменная *y*, заданная функцией *f*(*x*) измеряется в некоторых единицах [*y*], а её аргумент в единицах [*x*], то производная (скорость) измеряется в единицах [*y/x*].

Скорость прямолинейного движения материальной точки в момент времени *t* есть производная от пути S по времени t:

$v(t) = S'(t)$,

а ускорение – производная скорости по времени:

$a(t) = v'(t) = S''(t)$.

Если функция $y = f(x)$ описывает какой-либо физический процесс, то производная y' есть скорость протекания этого процесса. В этом заключается механический смысл производной.
Примеры:
1. Закон движения тела задан формулой $S(t)=0,5t^2 + 3t + 2$ (*S* - в метрах, *t* – в секундах). Какой путь пройден телом за *4* секунды? Какова скорость движения в этот момент времени?
Решение:
$S(4)=0,5\cdot 4^2 + 3\cdot 4 + 2 = 8+12+2=22$ *(м)*

$v(t)=(0,5t^2 + 3t + 2)'=t+3$*(м/с)*

$v(4)=4+3=$<u>*7 (м/с)*</u>

Ответ:7 м/с

Варианты заданий практической работы

1 .А) Закон движения тела задан формулой $S(t)= t^3 + 3t - 4$ (S - в метрах, t – в секундах). Какой путь пройден телом за 4 секунды? Какова скорость движения в этот момент времени?

Б) Закон движения тела задан формулой $S(t)= t^3 - 3t + 4$ (S - в метрах, t – в секундах). Какой путь пройден телом за 4 секунды? Какова скорость движения в этот момент времени?

2. А)Пусть популяция бактерий в момент t (сек) насчитывает $x(t) = 3000 + 100\,t^2$ особей. В какой момент времени скорость роста популяции будет равна *600* особей в секунду?

Б)Пусть популяция бактерий в момент t (сек) насчитывает $x(t) = 4000 + 200\,t^2$ особей. В какой момент времени скорость роста популяции будет равна *800* особей в секунду?

3. А)Объём продукции *V* цеха в течение дня зависит от времени по закону

$V(t) = -\frac{5}{3}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 50t + 70$ *(ед.)*. Вычислите производительность труда $П(t)$ в момент времени $t = 2$ часа..

Б)Объём продукции *V* цеха в течение дня зависит от времени по закону

V (t) = $\frac{5}{3}$ t^3 - $\frac{15}{2}$ t^2 *+50t + 70 (ед.)*. Вычислите производительность труда *П (t)* в момент времени *t = 2* часа.

4.А)Мама с дочкой гуляли в парке. Девочка захотела покататься на каруселях, а мама решила сфотографировать дочку. Вращение карусели совершается по закону

g (t) = $\frac{1}{9}$ t^3 – $\frac{5}{2}$ t^2. Фотография может быть хорошего качества только при ускорении равном *3* м/с^2. В какой момент времени необходимо сделать снимок?

Б)Мама с дочкой гуляли в парке. Девочка захотела покататься на каруселях, а мама решила сфотографировать дочку. Вращение карусели совершается по закону

g (t) = $\frac{1}{12}$ t^3 -3 t^2. Фотография может быть хорошего качества только при ускорении равном *2* м/с^2. В какой момент времени необходимо сделать снимок?

Практическая работа 18

«Производная: механический и геометрический смысл производной.

Физический смысл производной заключается в том, что мгновенная скорость движения $\vartheta(t)$ в момент времени *t* есть производная пути по времени, т.е.

$$\vartheta(t)=\frac{dS(t)}{dt}=S'(t)$$

Варианты заданий практической работы

1. Найдите производную функции:

а) $y=x^2\cdot\sin 2x$; б) $y=\sqrt{\sin^3 3x-1}$; в) $y=\frac{x^3}{1-x^2}$

2. При движении тела по прямой, расстояние S (в метрах) изменяется по закону $S(t)=t^2+t+2$. Через сколько секунд после начала движения мгновенная скорость будет равна $5\,м/с$?

3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?

$f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2$; $g(x)=7{,}5x^2-16x$

4. Построить график функции $y=\frac{x^2-1}{x^2+1}$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^4-2x^2+3$ на отрезке $[0;2]$

2 вариант

1. Найдите производную функции

а) $y=x^3\cdot\sin\frac{x}{3}$; б) $y=\sqrt{1+7\,tg2\,x}$; в) $y=\frac{x^2}{1-x^3}$

2. При движении тела по прямой, расстояние S (в метрах) изменяется по закону $S(t)=0?5\,t^2-4\,t+6$. Через сколько секунд после начала движения тело остановится?

3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?

$f(x)=x^3-3\,x^2$; $g(x)=1{,}5\,x^2-9$

4. Построить график функции $y=\frac{x^2-4}{x^2+4}$.

5.Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=-x^3+3\,x+1$ на отрезке $[-3;0]$.

Практическая работа 19

«Производная: механический и геометрический смысл производной

Цель работы: отработать навыки нахождения производных при определении механического и геометрического смысла производной.

Варианты заданий практической работы

Напишите уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^2 +2x - 1$ в точке $x_0 = 1$.

Напишите уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 4\cos 2x$, в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

Точка движется прямолинейно по закону $S(t)= 3t^2+2t-7$. Найти скорость и ускорение точки в момент $t=6$ с.

Напишите уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^2 - 3x + 1$ в точке $x_0 = 1$.

Напишите уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 2\sin 3x$, в точке $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

Точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{t^3}{6} + 3t^2 + 5$. Найдите момент времени t, когда ускорение точки равно нулю.

Напишите уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ в точке $x_0 = 2$.

К параболе $y = 4 – x^2$ в точке с абсциссой $x_0 =1$ проведена касательная. Найдите точку пересечения этой касательной с осью ординат.

Точка движется прямолинейно по закону $s(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - t$ (s- выражается в метрах, t - в секундах). Найти скорость и ускорение движения через 1с после начала движения.

Тема «Примеры симметрий в профессии»

Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров

Практическое занятие№20

Примеры симметрийприроде, архитектуре, технике, в быту

Понятие симметрии фигур появилось в результате наблюдений над объектами окружающего мира. Например, рассматривая изображения растений и животных организмов, можно убедиться, что многие из них с большой степенью точности обладают той или иной симметрией. Так, лист клена обладает осевой симметрией. Различными видами симметрии обладают цветы, многие живые организмы – морские звезды, бабочки. Симметрией вращения и осевыми симметриями обладают снежинки.

С симметрией мы часто встречаемся в искусстве, технике, быту. Например, симметричны фасады многих зданий и их виды сверху. Симметричны узоры на коврах, узоры бордюров, многие виды механизмов, например колесо или шестеренка.

Симметрия в природе

В отличие от искусства или техники, красота в природе не создаётся, а лишь фиксируется, выражается среди бесконечного разнообразия форм живой и неживой природы, в изобилии такие совершенные образы, чей вид неизменно привлекает наше внимание. К числу таких образов относятся некоторые кристаллы и многие растения.

Симметрия встречается и в животном мире

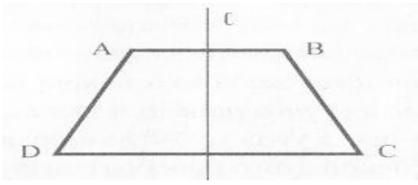
Симметрия в архитектуре

Прекрасные образцы симметрии демонстрируют произведения архитектуры. Архитектура сопровождает человечество на всем его историческом пути. Архитектурные сооружения, созданные человеком, в большей своей части симметричны. Они приятны для глаза, их люди считают красивыми. Симметрия воспринимается человеком как проявление закономерности, а значит внутреннего порядка. Внешне этот внутренний порядок воспринимается как красота.

Симметричные объекты обладают высокой степенью целесообразности – ведь симметричные предметы обладают большей устойчивостью и равной функциональностью в разных направлениях. Все это привело человека к мысли, что чтобы сооружение было красивым оно должно быть симметричным

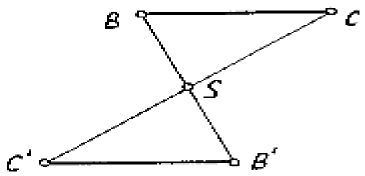
осевая симметрия

Симметрия относительно прямой (оси симметрии) предполагает, что по перпендикуляру, проведенному через каждую точку оси симметрии, на одинаковом расстоянии от нее расположены две симметричные точки. Относительно оси симметрии (прямой) могут располагаться те же геометрические фигуры, что и относительно точки симметрии.



Центральная симметрия

Симметрия относительно точки или центральная симметрия - это такое свойство геометрической фигуры, когда любой точке, расположенной по одну сторону центра симметрии, соответствует другая точка, расположенная по другую сторону центра. При этом точки находятся на отрезке прямой, проходящей через центр, делящий отрезок пополам.



.

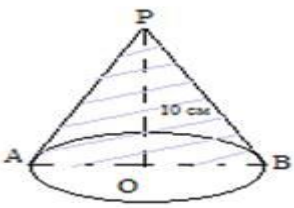
Практическое занятие№21

Изображение основных тел вращения

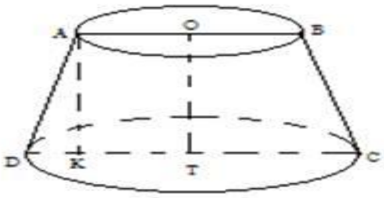
Цель занятия: Изучить тела и поверхности вращения: цилиндр, конус, шар

Варианты заданий практической работы

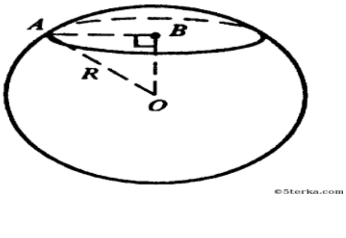
1 **.** Найти площадь полной поверхности выточенной детали в форме конуса, если площадь его осевого сечения известна и равна 12 дм^2, причем высота изделия равна 10 см.



Задание №2. Из заготовки в форме усеченного конуса с образующей 14 см, высотой 10 см и радиусом верхнего основания 8 см выточили деталь сферической формы радиуса 5 см. Вычислите площади полной поверхности заготовки и готового изделия.



3) Шар радиуса 41 дм пересечен плоскостью, находящейся на расстоянии 9 дм от центра. Найдите площадь сечения



Тела вращения

- **Тела вращения** образуются при вращении плоской фигуры вокруг не пересекающей ее оси, имеют гладкие криволинейные поверхности.
- **Прямой круговой цилиндр** (гр. «валик, каток») получается вращением прямоугольника вокруг одной из сторон.

Прямая, содержащая неподвижную сторону, вокруг которой вращается прямоугольник, называется *осью цилиндра*.
Круги, описываемые двумя противоположными вращающимися сторонами, называются *основаниями цилиндра*.

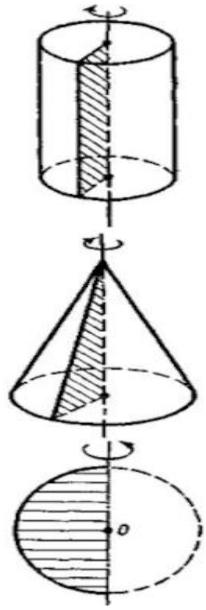
- **Прямой круговой конус** (лат. «шишка») – вращением прямоугольного треугольника вокруг катета.

Прямая, содержащая неподвижный катет, вокруг которого поворачивается треугольник, называется *осью конуса*.
Круг, описываемый вращающимся катетом, называется *основанием конуса*.
Вершина треугольника, не лежащая в плоскости основания, называется *вершиной конуса*.
Отрезок, соединяющий вершину конуса и точку на окружности основания, называется *образующей конуса*. Все образующие конуса равны.

- **Шар** – вращением полукруга вокруг диаметра.

Этот диаметр называется *осью шара*, а оба конца указанного диаметра — *полюсами шара*.

94



Практическое занятие№22

- Построение сечений, вычисление их площадей

Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров. При выполнении практической работы студент должен знать: определение цилиндра и его элементов; виды сечений: осевое сечение, сечение перпендикулярное оси цилиндра; формулы для расчетов площадей и объемов. Студент должен уметь: производить расчет площадей основания, боковой поверхности полной поверхности и объемов цилиндров; применять полученные знания при решении задач с профессиональной направленностью.

Варианты заданий практической работы

1 вариант 1. Найти площадь основания цилиндра, радиус которого равен 5 см A) 25πсм2 ; B) 5πсм2 ; C) 10πсм2 ; D) 10см2 E) 40πсм2

2.Радиус основания цилиндра равен 2 см, высота – 5 см, тогда площадь боковой поверхности равна: A) 10πсм2 ; B) 20πсм2 ; C) 4πсм2 ; D) 20πсм2 ; E) 40πсм2
3. В цилиндре осевым сечением является квадрат, а площадь основания равна 4πсм2 . Найдите площадь полной поверхности цилиндра. A) 108πсм2 ; B) 4πсм2 ; C) 144πсм2 ; D) 24πсм2 ; E) 12πсм2
4. Радиус основания цилиндра в два раза меньше образующей, равной 4a, тогда площадь боковой поверхности равна: A) 8a 2π; B) 24a 2π; C) 4a 2π; D) 12a 2π; E) 16a 2π
5. Площадь полной поверхности цилиндра, полученного вращением прямоугольника со сторонами 4 см и 7 см вокруг его большей стороны, равна: A) 88πсм2 ; B) 77πсм2 ; C) 90πсм2 ; D) 56πсм2 ; E) 154πсм2
1. Если площадь боковой поверхности цилиндра равна 64π м 2 , а высота – 4 м, тогда радиус равен: A) 12 м; B) 16 м; C) 8 м; D) 4 м; E) 32 м
2. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 10 и 16 см, то площадь основания цилиндра может быть равна: A) 10πсм2 ; B) 25πсм2 ; C) 160πсм2 ; D) 64πсм3 ; E) 40πсм2
3. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности цилиндра, если его высоту и радиус увеличить в три раза? A) в 3 раза; B) в 6 раз; C) в 12 раз; D) в 2 раза; E) в 9 раз

4. Площадь осевого сечения цилиндра высотой 10 см и радиусом 2 см равна A) 10πсм2 ; B) 25πсм2 ; C) 160см2 ; D) 64πсм2 ; E) 40 см2
5. Радиус основания цилиндра равен 2 см, высота – 5 см, тогда объем цилиндра равен: A) 10πсм3 ; B) 20πсм3 ; C) 4πсм2 ; D) 20πсм2 ; E) 40πсм3

Практическое занятие№23

Вычисление объемов и площадей

Цель: Знать формулы для нахождения площадей поверхностей тел вращения и уметь применять их к решению задач.

Варианты заданий практической работы

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 20 см. Найдите радиус основания цилиндра.

$5\sqrt{2}$ см; 2) $8\sqrt{2}$ см; 3) 10 см; 4) $10\sqrt{2}$ см

2. Площадь осевого сечения цилиндра равна $6\sqrt{\pi}$ дм ^{2} , а площадь основания цилиндра равна 25 дм ^{2} . Найдите высоту цилиндра.

1) $\frac{2}{3}\pi$ дм; 2) $\frac{\pi}{2}$ дм; 3) 0,6 π дм; 4) 2 дм

3. Длина образующей конуса равна $2\sqrt{3}$ см, а угол при вершине осевого сечения конуса равен 120° . Найдите площадь основания конуса.

8 π см ^{2} ; 2) $8\sqrt{2}$ π см ^{2} ; 3) 9 π см ^{2} ; 4) $6\sqrt{3}$ π см ^{2}

Радиус основания конуса $3\sqrt{2}$ см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.

$16\sqrt{2}$ см ^{2} ; 2) 18 см ^{2} ; 3) $12\sqrt{3}$ см ^{2} ; 4) 16 см ^{2}

Стороны треугольника ABC касаются шара. Найдите радиус шара, если AB =8 см, BC=10 см, AC=12 см и расстояние от центра шара O до плоскости треугольника ABC равно $\sqrt{2}$ см.

$3\sqrt{3}$ см; 2) $2\sqrt{3}$ см; 3) 3 см; 4) $3\sqrt{2}$ см

Тема «Комбинации многогранников и тел вращения»

Цель развивать умение работать с чертежом, обобщать, сравнивать, переносить знания в новую ситуацию, активизировать мыслительную деятельность учащихся

Практическое занятие№24

Комбинациимногогранников

Варианты заданий практической работы

1Нарисуйте несколько разверток куба.

2. Нарисуйте фигуру, состоящую из четырех равных равносторонних треугольников, не являющуюся разверткой правильного тетраэдра.
3. Нарисуйте развертку правильной четырехугольной пирамиды и раскрасьте ее таким образом, чтобы при склеивании соседние грани имели разные цвета. Какое наименьшее число цветов нужно взять?
4. Нарисуйте развертку прямоугольного параллелепипеда и раскрасьте ее таким образом, чтобы при склеивании соседние грани имели разные цвета. Какое наименьшее число цветов нужно взять?
1. Нарисуйте несколько разверток правильного тетраэдра.
2. Нарисуйте фигуру, состоящую из шести квадратов, не являющуюся разверткой куба.
3. Нарисуйте развертку куба и раскрасьте ее таким образом, чтобы при склеивании соседние грани имели разные цвета. Какое наименьшее число цветов нужно взять?
4. Нарисуйте развертку правильной 6-угольной пирамиды и раскрасьте ее таким образом, чтобы при склеивании соседние грани имели разные цвета. Какое наименьшее число цветов нужно взять?

Практическое занятие№25
Комбинациимногогранников

Цели:

ознакомить учащихся с тремя способами решения задач на комбинацию многогранников и сферы;
развивать умение работать с чертежом, обобщать, сравнивать, переносить знания в новую ситуацию, активизировать мыслительную деятельность учащихся;
воспитывать творческий подход к решению задач, эстетическое восприятие чертежа
. **Варианты заданий практической работы**

1 . Нарисуйте пятиугольную призму и разделите ее на тетраэдры.
2. Определите число вершин, ребер и граней: а) куба; б) 7-угольной призмы; в) n-угольной пирамиды.
3. Определите вид призмы, если она имеет: а) 10 вершин; б) 21 ребро; в) 5 граней.
4. Каким образом можно окрасить грани 4-угольной призмы, чтобы соседние (имеющие общее ребро) грани были окрашены в разные цвета? Какое наименьшее число цветов потребуется?
1. Нарисуйте пятиугольную пирамиду и разделите ее на тетраэдры.
2. Определите число вершин, ребер и граней: а) прямоугольного параллелепипеда; б) 6-угольнойной пирамиды; в) n-угольной призмы.
3. Определите вид пирамиды, если она имеет: а) 5 вершин; б) 14 ребер; в) 9 граней.
4. Каким образом можно окрасить грани октаэдра, чтобы соседние (имеющие общее ребро) грани были окрашены в разные цвета. Какое наименьшее число цветов потребуется?

Задача 1. В треугольную пирамиду со сторонами основания 20 см, 12 см и 16 см вписан шар. Найти его радиус, если двугранные углы при основании пирамиды равны по 600 .

Задача 2. В треугольную пирамиду со сторонами основания 10 см, 17 см и 21 см вписан шар. Найти его радиус, если высота пирамиды равна 12 см, а двугранные углы при основании равны между собой

Ответ: 2 ' Р

Задача.3 Отрезок PN – диаметр сферы. Точки M, L лежат на сфере так, что объем пирамиды PNML наибольший. Найдите синус угла между прямой NT и плоскостью PMN, если T – середина ребра ML.

.Ответ**:** $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

Задача 4Дана сфера радиуса 5. Сечением этой сферы плоскостью является окружность с центром O_1. Плоскость сечения удалена от центра сферы на расстояние 3. Точка T выбрана на сфере, а точки K, L, M, N – последовательно на окружности сечения так, что объем TKLMN пирамиды наибольший. Точка A – середина ребра TL. Найдите косинус угла между прямыми O_1A и LM.

.: Ответ: .$\frac{\sqrt{10}}{10}$

Задача 5Дана сфера радиуса 8, с центром в точке O. В этой сфере проведено сечение, плоскость которого удалена от центра сферы на расстояние 4. Точка выбрана F на сфере, а точки A,B, C,D - последовательно на окружности сечения так, что объем пирамиды FABCD наибольший. Найдите синус угла между прямой и плоскостью AFB.

Ответ**:** $\frac{\sqrt{7}}{7}$

Практическое занятие№26

Комбинации тел вращения

Цели 1 ознакомить учащихся с тремя способами решения задач на комбинацию многогранников и сферы;

2 развивать умение работать с чертежом, обобщать, сравнивать, переносить знания в новую ситуацию, активизировать мыслительную деятельность учащихся

Задачи:

1способствовать развитию умения сравнивать, обобщать, классифицировать, анализировать, делать выводы.

.**Варианты заданий практической работы**

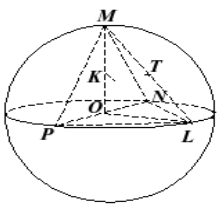
Вопросы
1 Какой шар называется вписанным в многогранник?

2. Какой многогранник называется вписанным в шар? 3. Шар вписан в цилиндр. Где находится центр шара? Чему равен радиус шара?

3Шар описан около цилиндра. Где находится центр шара?

4. Шар вписан в конус. Где находится центр шара?

5. Шар описан около конуса. Где находится центр шара



Задача. Отрезок PN – диаметр сферы. Точки M, L лежат на сфере так, что объем пирамиды PNML наибольший. Найдите синус угла между прямой NT и плоскостью PMN, если T – середина ребра ML.

Решение

1) Пусть O – центр сферы, а R – ее радиус. Тогда $PN = 2R$ как диаметр сферы. Поскольку точки M и

PLN = 90∠PMN =∠L лежат на сфере, то OP = OL = ON = OM = R. Сечения сферы плоскостями PLN и PMN – окружности радиуса R, описанные вокруг треугольников PLN и PMN, причем ^{0} как вписанные углы, опирающиеся на диаметр PN.

2) Пусть H – высота пирамиды PNML, опущенная из вершины M, и h – высота треугольника PLN, проведенная к стороне PN. Поскольку точка M лежит на сфере, а плоскость PLN содержит центр сферы, то $H \le R$, причем $H = R$, если $MO \perp PNL$. Аналогично, поскольку точка L лежит на сфере, то $h \le R$, причем $h = R$, если $LO \perp PN$.

Отсюда для объема пирамиды PNML имеем $V_{PNML} = \frac{1}{3} S_{PNL} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot PN \cdot h \cdot H \le \frac{1}{6} \cdot 2R \cdot R \cdot R = \frac{R^3}{3}$.

При этом $V_{PNML} = \frac{R^3}{3}$, только если $H = h = R$. Таким образом, пирамида PNML имеет наибольший объем, если треугольники PLN и PMN – прямоугольные и равнобедренные, лежащие во взаимно перпендикулярных плоскостях.

3) Поскольку $MO \perp PLN$, то $MO \perp OL$. Но $PN \perp OL$ и поэтому по признаку перпендикулярности прямой и плоскости $PMN \perp OL$. Пусть K – середина MO. Проведем KT – среднюю линию треугольника OLM. Тогда $KT \| OL$. Значит, $KT \perp PMN$.αTNK = ∠TNK – угол между прямой NT и плоскостью PMN. Пусть ∠и поэтому KN – проекция NT на плоскость PMN и

4) По свойству средней линии $KT = 0{,}5OL = 0{,}5R$. Так как треугольники LON, LOM, NOM равны по двум катетам, то треугольник MNL – правильный со стороной $LN = ON\sqrt{2} = R\sqrt{2}$. NT – высота треугольника MNL, значит, $NT = \frac{NL\sqrt{3}}{2} = \frac{R\sqrt{6}}{2}$. Отсюда $\sin\alpha = \frac{KT}{NT} = \frac{R/2}{R\sqrt{6}/2} = \frac{1}{\sqrt{6}}$.

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

Практическое занятие№27

Комбинации тел вращения

Варианты заданий практической работы.

Задача1.

Дана сфера радиуса 8, с центром в точке O. В этой сфере проведено сечение, плоскость которого удалена от центра сферы на расстояние 4. Точка выбрана F на сфере, а точки A,B, C,D - последовательно на окружности сечения так, что объем пирамиды FABCD наибольший. Найдите синус угла между прямой и плоскостью AFB.

Решение 1) Объем пирамиды FABCD наибольший, когда наибольшими будут площадь основания и высота пирамиды. Площадь основания наибольшая, когда ABCD – квадрат. Высота пирамиды наибольшая, когда $h=FO_1$, $O \in FO_1$.

2)Прямая OA - наклонная по отношению к плоскости ABF. Опустим из точки O перпендикуляр на плоскость ABF: $OK \perp ABF$, $K \in FT$ т.к. ΔABF – равнобедренный, $FT \perp AB$.

Тогда уголOAK - угол между прямой AO и плоскостью ABF, sinуглаOAK =

3) В прямоугольном ΔO_1DO $OD = R=8$, $OO_1 = 4$, тогда $DO_1 =4\sqrt{3}$.

$AB =44\sqrt{6}$, $AT = ½ AB$, $AT = .2\sqrt{6}$

4) В прямоугольном ΔO_1TF $O_1F = 12$, $O_1T =4\sqrt{3}$, тогда $FT = 2\sqrt{43}$.

5) Рассмотрим прямоугольные треугольники FO_1T и FOK. Они имеют общую вершину F, тогда $\Delta O_1FT\infty \Delta OFK$. Имеем: , $ОК = \frac{8\sqrt{7}}{7}$. Значит,

sin угла OAK = $\frac{8\sqrt{7}}{7} * \frac{1}{8}$ sin угла OAK $=\frac{\sqrt{7}}{7}$. Ответ: $\frac{\sqrt{7}}{7}$.

Тема»Понятие об определенном интеграле

как площади криволинейной трапеции»

Цель: Отработать навыки нахождения первообразной функции, значения определенного интеграла, использования геометрического и физического смысла определенного интеграла при решении прикладных задач

Практическое занятие№28

Понятие об определенном интеграле

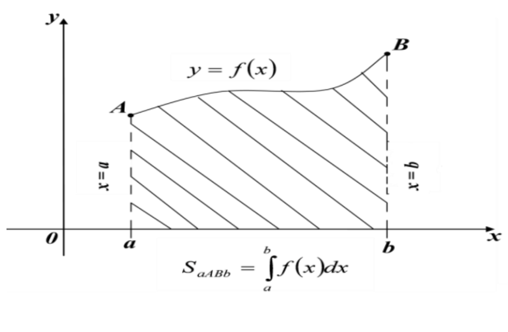
Цель: Отработать навыки нахождения первообразной функции, значения определенного интеграла, использования геометрического и физического смысла определенного интеграла при решении прикладных задач.

__**Определение 1.**__ Функция $F(x)$ называется первообразной от функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$, если для всех $x\in[a;b]$ выполняется равенство:

$F'(x)=f(x)$

Таблица интегралов.

1. $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$, $n\neq-1$
2. $\int \frac{dx}{x}=\ln|x|+C$,
3. $\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C$,
4. $\int e^x dx=e^x+C$,
5. $\int \sin x dx=-\cos x+C$,
6. $\int \cos x dx=\sin x+C$,
9. $\int \frac{dx}{x^2}=-\frac{1}{x}+C$,
10. $\int \sqrt{x} dx=\frac{2}{3}x\sqrt{x}+C$,
11. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}=2\sqrt{x}+C$,
12. $\int tgx dx=-\ln|\cos x|+C$,
13. $\int ctgx dx=\ln|\sin x|+C$,
14. $\int dx=x+C$,



I. Геометрический смысл определенного интеграла.

Пусть дана функция $f(x)$ непрерывная на $[a;b]$. Рассмотрим график этой функции (некоторую кривую).

ф игура $aABb$, ограниченная отрезком $[a;b]$ оси ОХ, отрезками параллельных прямых $x=a$ и $x=b$, и кривой $y=f(x)$, называется криволинейной трапецией.

Если интегрируемая на $[a;b]$ функция $f(x)$ неотрицательна, то определенный интеграл численно равен площади криволинейной трапеции, ограниченной $[a;b]$ оси ОХ, отрезками прямых $x=a$, $x=b$ и графиком данной функции. В этом заключается геометрический смысл определенного интеграла.

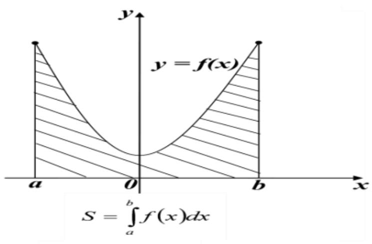
II. Вычисление площадей плоских фигур.

Из геометрического смысла определенного интеграла известно, что если $f(x)\geq 0$, $x\in[a;b]$, то площадь соответствующей криволинейной трапеции вычисляется по формуле: $S_{aABb}=\int\limits_a^b f(x)\,dx$

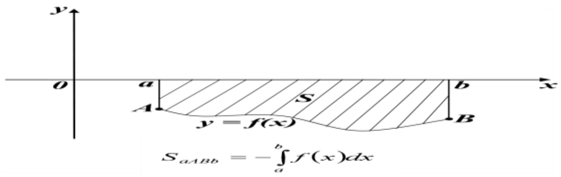
Очевидно, что если $f(x)\leq 0$, $x\in[a;b]$, то $S_{aABb}=\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right|$

Рассмотрим основные случаи расположения плоских фигур:

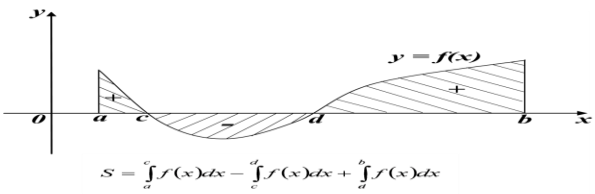
1.



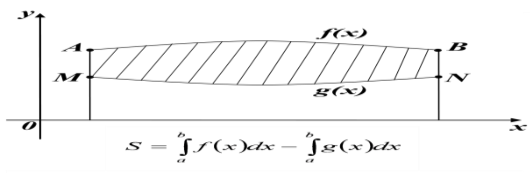
2.



3.



4.



III. Применение определенного интеграла в физике.

Путь, пройденный точкой при неравномерном движении за промежуток времени от t_1 до t_2 вычисляется по формуле: $S=\int\limits_{t_1}^{t_2}\vartheta(t)\,dt$

Варианты заданий практической работы

1. Определите функцию, для которой $F(x)=x^2-\sin 2x-1$ является первообразной:

1) $f(x)=\frac{x^3}{3}+\cos 2x+x$ **;**

2) $f(x)=2x-2\cos 2x$ **;**

3) $f(x)=2x+\frac{1}{2}\cos 2x$ **;** **3)** $f(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}\cos 2x+x$

2. Для функции $f(x)=x^2$, найдите первообразную $F(x)$, принимающую заданное значение в заданной точке $F(-1)=2$.

1) $F(x)=\frac{x^3}{3}+2\frac{1}{3}$; 2) $F(x)=2x+2\frac{1}{3}$; 3) $F(x)=-\frac{x^3}{3}+2\frac{1}{3}$; 4) $F(x)=\frac{x^3}{3}-2\frac{1}{3}$

3. Точка движется по рямой так, что ее скорость в момент времени t равна $\upsilon(t)=t+t^2$. Найдите путь, пройденный точкой за время от 1 до 3 секунд, если скорость измеряется в $м/с$.

1) $18\,м$; 2) $12\frac{1}{3}\,м$; 3) $17\frac{1}{3}\,м$; 4) $20\,м$

4. Вычислите: а) $\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{6}{\cos^2 x}dx$; б) $\int_2^4 4x\,dx$.

1) $6\sqrt{3}$; 2) 6; 3) $2\sqrt{3}$; 4) $3\sqrt{3}$

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y=-x^2+3;\ y=0$

1) $4\sqrt{3}$; 3) $9\sqrt{3}$;

2) $6\sqrt{3}$; 4) $8\sqrt{3}$.

б) $y=\sqrt{x};\ y=\frac{1}{2}x$

1) 2; 3) $2\frac{2}{3}$;

2) $1\frac{1}{3}$; 4) $1\frac{2}{3}$.

Практические занятия 29

Тема Геометрический смысл определенного интеграла

Цель: Отработать навыки нахождения первообразной функции, значения определенного интеграла, использования геометрического и физического смысла определенного интеграла при решении прикладных задач.

Путь, пройденный точкой при неравномерном движении за промежуток времени от t_1 до t_2 вычисляется по формуле: $S=\int_{t_1}^{t_2}\vartheta(t)\,dt$

Варианты заданий практической работы

1. Определите функцию, для которой $F(x)=x^2-\sin 2x-1$ является первообразной:

1) $f(x)=\frac{x^3}{3}+\cos 2x+x$;

2) $f(x)=2x-2\cos 2x$;

3) $f(x)=2x+\frac{1}{2}\cos 2x$;

3) $f(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}\cos 2x+x$

2. Для функции $f(x)=x^2$, найдите первообразную $F(x)$, принимающую заданное значение в заданной точке $F(-1)=2$.

1) $F(x)=\frac{x^3}{3}+2\frac{1}{3}$; 2) $F(x)=2x+2\frac{1}{3}$; 3) $F(x)=-\frac{x^3}{3}+2\frac{1}{3}$; 4) $F(x)=\frac{x^3}{3}-2\frac{1}{3}$

3. Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент времени t равна $v(t)=t+t^2$. Найдите путь, пройденный точкой за время от 1 до 3 секунд, если скорость измеряется в $м/с$.

1) $18\,м$; 2) $12\frac{1}{3}\,м$; 3) $17\frac{1}{3}\,м$; 4) $20\,м$

4. Вычислите: а) $\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{6}{\cos^2 x}dx$; б) $\int_2^4 4x dx$.

а)

1) $6\sqrt{3}$; 2) 6 ; 3) $2\sqrt{3}$; 4) $3\sqrt{3}$

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y=-x^2+3;y=0$

1) $4\sqrt{3}$; 3) $9\sqrt{3}$;

2) $6\sqrt{3}$; 4) $8\sqrt{3}$.

б) $y=\sqrt{x};$ $y=\frac{1}{2}x$

1) 2 ; 3) $2\frac{2}{3}$;

2) $1\frac{1}{3}$; 4) $1\frac{2}{3}$.

Практические занятия -30

Тема Геометрический смысл определенного интеграла

Варианты заданий практической работы

1. Определите функцию, для которой $F(x)=-\cos\frac{x}{2}-x^3+4$ является первообразной:

1) $f(x)=-\sin\frac{x}{2}-3x^2$;

3) $f(x)=-\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}-3x^2$;

2) $f(x)=\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}-3x^2$;

4) $f(x)=2\sin\frac{x}{2}-3x^2$.

2. Для функции $f(x)=2x-2$ найдите первообразную $F(x)$, график которой проходит через точку $A(2;1)$.

1) $F(x)=-x^2-2x-1$ 2) $F(x)=x^2+2x+2$; 3) $F(x)=2x^2-2$ 4) $F(x)=x^2-2x+1$

3. Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент времени t равна $v(t)=3+0,2t$. Найдите путь, пройденный точкой за время от 1 до 7 секунд, если измеряется в $м/с$.

1) $22,8 м$ 2) $29 м$; 3) $23 м$; 4) $13 м$

4. Вычислите: а) $\int_{\pi}^{2\pi} \cos\frac{x}{6}dx$; б) $\int_{1}^{4} (x^2-6x)dx$

а)

1) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; 2) $3\sqrt{3}-3$; 3) 0 ; 4) $3-3\sqrt{3}$

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y=2x^2$; $y=0$; $x=2$

1) $5\frac{2}{3}$; 3) $5\frac{1}{3}$;

2) $2\frac{1}{3}$; 4) $2\frac{2}{3}$

б) $y=5-x^2$; $y=1$;

1) 16 ; 3) $11\frac{1}{3}$;

2) $5\frac{1}{3}$; 4) $10\frac{2}{3}$

***Тема:* Решение иррациональных уравнений и неравенств**

Практическое занятие№31

***Тема:* Решение иррациональных уравнений и неравенств**

Цели:

Образовательная: продолжить формирование у студентов умений решать рациональные уравнения и неравенства.

Воспитательная: воспитание самостоятельности, творческого подхода к решению задач.

Развивающая: развитие логического мышления, навыков сравнительного анализа.

Оборудование: доска, компьютер, проектор, экран, индивидуальные карточки-задания, записи на доске.

Результативность:

формирование компетенций: ценностно-смысловой, учебно-познавательной, коммуникативной, личного самосовершенствования.

План занятия.

1) Подготовительный этап.

Повторение опорных знаний.

1) Проверка усвоения пройденного материала фронтально (или индивидуально) по следующим вопросам (на экран проектируются вопросы, на которые студенты отвечают устно).

1. Какие уравнения называются рациональными?

2. Какие способы решения рациональных уравнений вам известны?

3. Какие неравенства называются рациональными?

4. Какие способы решения рациональных неравенств вам известны?

2) Теоретический этап.

Применение знаний при решении типовых заданий.

1. Решите уравнение:

а) $\frac{3}{5}$ а+7= $-\frac{2}{3}$ а–3

б) (6х–1)(4–х)=0

в) $c^2 - 64 = 0$

2. Решите неравенство:

а) (5–3х) (0,2х–10) ≥ 0

б) $2x^2$–7х–4

Варианты заданий практической работы

1.Решить уравнение: 2. Решить неравенство

а) $\frac{1}{3}$ y+2= $-\frac{1}{6}$ y+5 а) x+6 2-3x

б) (x+2)(x-1)=0 б) $2x^2$-7x+3≤ 0

в) $x^2 - 5x + 6 = 0$

Вариант 2

1.Решить уравнение: 2. Решить неравенство

а) 7х–1= $2x$ а) 6х–7 3+4х

б) (х–5)(2х+8)=0 б) $4x^2$+х–3≥0

в) $z^2 - 9 = 0$

Практическое занятие№32

Равносильность иррациональных уравнений и неравенств

Варианты заданий практической работы

A1. Решите уравнение $\sqrt{2-3x}=7$

A2. Решите уравнение: $\sqrt{40-x^2}=3x$.

A3. Решите уравнение: $\sqrt{x+3}=\sqrt{5-x}$.

A4. Решите уравнение: $\sqrt{x^2-x-3}=3$.

B1. Решите уравнение: $x-\sqrt{x+1}=5$.

B2. Решите неравенство: $\sqrt{3x-5}\le 5$

2 вариант

A1. Решите уравнение $\sqrt{12+3x}=2$

A2. Решите уравнение: $\sqrt{20-x^2}=2x$.

A3. Решите уравнение: $\sqrt{2x+3}=\sqrt{12-x}$.

A4. Решите уравнение: $x=1+\sqrt{x+11}$.

B1. Решите уравнение: $\sqrt{x+10}+\sqrt{x-2}=6$

B2. Решите неравенство: $\sqrt{2x-3}>4$.

C1. Решите уравнение $\left(\sqrt{9-2x}-5\right)\left(\sqrt{x+5}-1\right)=0$.

C2. Решить неравенство $\sqrt{4x-x^2}>-2-3x^2$

Практическое занятие№33

Решение иррациональных уравнений и неравенств

Варианты заданий практической работы

1 вариант	*2 вариант*
Найти область определения функции: *1.* $y=\frac{2}{x-1}$ *2.* $y=3x^8$ *3.* $y=x^3-8$ *Изобразить эскиз графика функции:* *4. y=x-5* *5.* $y=2x^6$ *6.* $y=\frac{2}{x}$ *Сравнить числа:* *7.* $(\sqrt{7})$ *и* $(\sqrt{6{,}7})$ *8.* $(\frac{3}{7})^{\frac{1}{4}}$ *и* $(\frac{5}{9})^{\frac{1}{4}}$ *9. (9,5)-2 и (9,05)-2* *Решить уравнение:* *10.* $\sqrt{3x-2}=5$ *11.* $\sqrt{x+1}=\sqrt{2x+1}$	*Найти область определения функции:* *1.* $y=\frac{x-2}{2}$ *2.* $y=2x^6$ *3.* $y=x^{-2}$ *Изобразить эскиз графика функции:* *4. y=x-6* *5.* $y=2x^5$ *6.* $y=\frac{1}{x}$ *Сравнить числа:* *7.* $(\sqrt{3{,}7})$ *и* $(\sqrt{3{,}07})$ *8.* $(\frac{6}{11})^{\frac{2}{3}}$ *и* $(\frac{7}{13})^{\frac{2}{3}}$ *9. (7,1)-3 и (7,2)-3* *Решить уравнение:* *10.* $\sqrt{x+1}=3$ *11.* $\sqrt{x+4}=\sqrt{2x-1}$ *12.* $\sqrt{x+1}=1-x$

12. $\sqrt{1-x}=x+1$ *2 часть* *13.* $\sqrt{2x+5}-\sqrt{x+6}=1$ *Решить неравенство:* *14.* $\sqrt{3x+9}\geq 4$ *15.* $\sqrt{x+8}>x+2$	*2 часть* *13.* $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+8}=1$ *Решить неравенство:* *14.* $\sqrt{2x-5}\leq 9$ *15.* $\sqrt{x-8}>x-5$

Практическое занятие№34

Решение иррациональных уравнений и неравенств

Варианты заданий практической работы

Вариант I

Каждое из предложенных заданий имеет условную балловую оценку степени его сложности. Обязательному уровню знаний и умений соответствуют задания, оцененные баллами 1, 2, 3, 4. Учащиеся, претендующие на отличную оценку, должны справляться с заданиями, оцененными в 7 – 8 баллов (баллы указаны в квадратных скобках).

1. Найти область определения функции:

1)[2] $y=\sqrt[8]{4-x^2}$	2)[2] $y=\left(x^2-9\right)^{-\frac{1}{3}}$	

2. Решить неравенство:

1) [4] $\sqrt{3x-2}<-2$	7) [4] $\sqrt{7-\frac{x}{2}}\geq -1$	13) [6] $\sqrt{x+2}>\sqrt{4-x}$
2) [4] $\sqrt{x-2}<5$	8) [5] $\sqrt{x+8}<x+2$	14) [6] $\sqrt{2x-8}\leq\sqrt{6x+13}$
3) [4] $\sqrt{3-2x}\leq 7$	9) [5] $\sqrt{x-2}\leq x-2$	15) [7] $\sqrt{x^2-3x+2}\leq -1-\lvert x\rvert$
4) [4] $\sqrt{x+2}\geq 3$ 5) [4] $\sqrt{7-3x}>5$ 6) [4] $\sqrt{2x+1}>-3$	10) [5] $\sqrt{x+8}>x+2$ 11) [5] $\sqrt{x-2}>x-2$ 12) [6] $\sqrt{x^2+2x}>-3-x^2$	16) [7] $\sqrt{2+\sqrt{x^2+2x+5}}\leq 2$ 17) [8] $\sqrt{x^2+x-12}>6-x$ 18) [8] $\sqrt{x^2-4x+13}\leq -x^2+4x-1$

Схема перевода суммарного общего балла в 5-балльную шкалу оценок

Количество набранных баллов	Оценка

Тема»Решение показательных уравнений и неравенств»

Цель: Отработать навыки решения показательных уравнений, неравенств, систем уравнений

Практическая работа 35

Тема: Показательные уравнения, неравенства, системы уравнений.

Цель: Отработать навыки решения показательных уравнений, неравенств, систем уравнений.

__Определение.__ Уравнение, содержащее переменную в показателе степени, называется показательным.

$a^x=b$, $a>0$, $a\neq 1$ - простейшее показательное уравнение

$a^{f(x)}=a^{g(x)}$, $a\neq 1$, $a>0$ равносильно уравнению $f(x)=g(x)$

$A\cdot a^{2x}+B\cdot a^x+C=0$ решается подстановкой $a^x=y$ и сводится к квадратному уравнению $Ay^2+By+C=0$

II. Показательные неравенства.

__Определение.__ Неравенство, содержащее переменную в показателе степени, называется показательным.

$a^{f(x)}<a^{g(x)}$, $a>0$, $a\neq 1$.

При $a>1$

$a^{f(x)}<a^{g(x)}$ равносильно $f(x)<g(x)$

при $0<a<1$

$a^{f(x)}<a^{g(x)}$ равносильно $f(x)>g(x)$

III. Основные показательные тождества.

$a^{x_1}\cdot a^{x_2}=a^{x_1+x_2}$

$a^{x_1}:a^{x_2}=a^{x_1-x_2}$

$\left(a^{x_1}\right)^{x_2}=a^{x_1 x_2}$

$(a\cdot b)^x=a^x\cdot b^x$

$\left(\frac{a}{b}\right)^x=\frac{a^x}{b^x}$

если $a>0$, $a\neq 1$ и $a^{x_1}=a^{x_2}$, то $x_1=x_2$

если $a>1$ и $x_1<x_2$, то $a^{x_1}<a^{x_2}$

если $0<a<1$ и $x_1<x_2$, то $a^{x_1}>a^{x_2}$

если $a<b$ и $x>0$, то $a^x<b^x$

10. если $a<b$ и $x<0$, то $a^x>b^x$

$a^0=1$; $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$; $\sqrt{a}=a^{\frac{1}{2}}$; $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

Варианты заданий практической работы

Работа состоит из двух частей. Выполнение первой части работы (до черты) позволяет получить оценку «3». Для получения оценки «4» необходимо верно решить первую часть работы и одну из задач второй части (за чертой). Чтобы получить оценку «5», помимо выполнения первой части работы, необходимо решить не менее двух любых заданий из второй части.

1 вариант

1. Решить уравнение

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x}=25$; б) $4^x+2^x-20=0$

2. Решить неравенство: $\left(\frac{3}{4}\right)^x>1\frac{1}{3}$

3. Решить систему уравнений: $\begin{cases} x-y=4 \\ 5^{x+y}=25 \end{cases}$

Практическое занятие№36

Решение показательных уравнений, методом введения новой переменной

Варианты заданий практической работы

Вариант 1	*Вариант 2*
1. Выпишите возрастающие функции	*1. Выпишите убывающие функции*

а) $y=8^x$; *б)* $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$; *в)* $y=\left(\frac{\pi}{10}\right)^x$; *г)* $y=\left(\sqrt{3}-1\right)^x$. *2. Решите уравнение* *а)* $\left(7^{x+1}\right)^{\frac{1}{5}}=7$; *б)* $3\cdot 25^x-14\cdot 5^x-5=0$; *в)* $3^{x+3}-3^x=78$. *3. Решите неравенство* *а)* $3^{x+1}+3^x\le 36$. *б)* $9^{x+1}-2\cdot 3^x<7$.	*а)* $y=\left(\frac{4}{3}\right)^x$; *б)* $y=\left(\frac{2}{7}\right)^x$; *в)* $y=\left(\frac{\pi}{6}\right)^x$; *г)* $y=\left(\frac{\sqrt{25}}{2}\right)^x$. *2. Решите уравнение* *а)* $\left(5^{x+2}\right)^{\frac{1}{8}}=5$; *б)* $8\cdot 4^x-15\cdot 2^x-2=0$; *в)* $5^{x+2}+5^x=130$. *3. Решите неравенство* *а)* $3^{x+1}-3^x\ge 54$. *б)* $25^x<6\cdot 5^x-5$.

Практическое занятие№37

Решение показательных уравнений

методом введения новой переменной

Метод введения новой переменной используется в случае, когда после упрощения обеих частей уравнения появилась возможность обозначить какую-то степень другой переменной и, при этом, все остальные степени также будут выражаться через введённую переменную.

Например, $4^x+8=6\cdot 2^x$

$\left(2^x\right)^2-6\cdot 2^x+8=0$

Введём новую переменную: $2^x=t,\ t>0$, тогда уравнение принимает вид:

$t^2-6t+8=0$

$\left[\begin{array}{l} t_1=2, \\ t_2=4. \end{array}\right.$

Возвращаемся к исходной переменной:

$\left[\begin{array}{l} 2^x=2, \\ 2^x=4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=2^1, \\ 2^x=2^2, \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=1, \\ x_2=2. \end{array}\right.$

Ответ: $1;\ 2$.

Варианты заданий практической работы

I. Решите уравнения:

1. $2^{x+5}=32$ 1. $5^{x-2}=25$

2. $5^{2x}+8=9$ 2. $3^{x-4}=1$

3. $3^{x+2}-3^{x}=72$ 3. $2^{x+2}+2^{x}=5$

4. $25^{x}-6\cdot 5^{x}+5=0$ 4. $9^{x}-6\cdot 3^{x}-27=0$

5. $\left(17^{\sqrt{x^2+2x-8}}\right)^{x+3}=1$ 5. $\left(15^{x^2+x-2}\right)^{\sqrt{x-4}}=1$

6. . $6^{x-3}=36$ 6. . $5^{x-3}=125$

7. $5^{x-6}=1$ 7. $4^{x+1}-3=-2$

8. $3^{x+2}+3^{x}=30$ 8. $2^{x+3}-2^{x}=112$

9. . $4^{x}-14\cdot 2^{x}-32=0$ 9. $9^{x}-4\cdot 3^{x}+3=0$

10. $\left(0{,}7^{x-4}\right)^{\sqrt{x^2-2x-15}}=1$ 10 . $\left(15^{x^2+x-2}\right)^{\sqrt{x-4}}=1$

Практическое занятие№38

Решение показательных уравнений -графическим методом.

Функционально-графический метод используется обычно в тех случаях, когда уравнение имеет смешанный тип, т.е. в нём присутствуют различные функции. Тогда необходимо преобразовать уравнение, чтобы в разных его частях находились разные функции. Построить графики этих функций и найти их точки пересечения. Абсциссы этих точек и будут корнями данного уравнения

. **Варианты заданий практической работы**

Например, $2^{2x}-\dfrac{2}{x+0{,}5}=0$

Преобразуем данное уравнение:

$$4^{x}=\frac{2}{x+0{,}5}$$

Построим графики функций, стоящих в разных частях уравнения.

$y=4^{x}$ – показательная функция, график проходит через точку $(0;1)$, возрастающий на всей области определения, т.к. $a=4>1$, дополнительные точки .

– обратная пропорциональность, графиком является гипербола, которая получается из графика функции смещением вдоль оси Ох на 0,5 ед. отрезков влево. Дополнительные точки для функции .

График обратной пропорциональности достаточно построить только в I четверти, т.к. график показательной функции не опускается ниже оси Ох.

Графики этих функций пересекаются в точке , значит, корнем исходного уравнения является . Для убедительности, можно выполнить проверку.

Равенство верное, значит, действительно, Ответ: $\frac{1}{2}$

Практическое занятие№39

Решение показательных неравенств

Цель работы: формирование навыков решения показательных неравенств

Рассмотрим решение показательных неравенств вида $a^x \le a^b\,(a^x \ge a^b)$, где b – некоторое рациональное число.

Если *a*>1, то показательная функция $y = a^x$ монотонно возрастает и определена при всех х. Для возрастающей функции большему значению функции соответствует большее значение аргумента.

Тогда неравенство $a^x \le a^b\,(a^x \ge a^b)$ равносильно неравенству $x \le b(x \ge b)$.

Если 0<*a*<1, то показательная функция $y = a^x$ монотонно убывает и определена при всех х. Для убывающей функции большему значению функции соответствует меньшее значение аргумента. Тогда неравенство $a^x \le a^b\,(a^x \ge a^b)$ равносильно неравенству $x \ge b(x \le b)$.

Варианты заданий практической работы

1 вариант	2 вариант
$4^x < \frac{1}{2}$ $2^{3\cdot x} \ge \frac{1}{2}$ $\left(\frac{13}{11}\right)^{x^2-3\cdot x} < \frac{121}{169}$ $3^x > 27$ $\left(\frac{1}{5}\right)^x \le \frac{1}{25}$ $(0,3)^{x+3} \ge 1$ $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 4$ $3^x < -9$ $2^x > -2$ $\left(\frac{3}{5}\right)^{x+8} < 1\frac{2}{3}$	$4^x < 16$ $\left(\frac{1}{2}\right)^x \ge \frac{1}{8}$ $(0,7)^{x-7} \le 1$ $\left(\frac{1}{6}\right)^x < 36$ $3^x > -3$ $5^x < -25$ $\left(\frac{2}{7}\right)^{x+8} > 3\frac{1}{2}$ $25^x \cdot 5 \ge \frac{1}{25}$ $\left(\frac{4}{5}\right)^{x^2} < \left(\frac{16}{25}\right)^2$

Практическое занятие№40

Решение показательных неравенств

Варианты заданий практической работы

Реши неравенства:

а) $2x \geq 18$ **а)** $16^x > 0,125$

б) $-4x > 16$ б) $2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} \geq 448$.

в) $17x-2 \leq 12x-1$ *в)* $9^x - 3^x - 6 > 0$.

г) $3(3x-1) > 2(5x-7)$

1) $\left(\frac{1}{7}\right)^{4x+8} \geq 49^{3-x}$;

2) $3^{4x-7} < 27^{x+8}$;

3) $6^{x^2+x-4} \leq 36$;

4) $2^{x+1} + 2^{x+2} > 96$;

5) $\left(\frac{3}{4}\right)^{7x+4} \leq \frac{9}{16}$.

a) $x^2 - 11x + 30 < 0$

b) $2x + 15 \geq x^2$

c) $3x^2 + 4x + 3 < 0$

d) $4x^2 - 5x + 2 > 0$

Тема «Системы логарифмических уравнений»

Практическое занятие №41

Алгоритм решения системы уравнений

Цель: Отработать навыки решения логарифмических уравнений, неравенств и систем уравнений.

I. Свойства логарифмов.

Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a x} = x$

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ - формула перехода к другому основанию

$$\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$$

II. Логарифмические уравнения.

Определение. Уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма, называется логарифмическим. $\log_a x = b$, $a>1$, $a\neq 1$. – простейшее логарифмическое уравнение.

Уравнение вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ равносильно системе: $\begin{cases} f(x)=g(x) \\ f(x)>0 \\ g(x)>0 \end{cases}$

Методы решения.

Полученные корни подставляют в исходное уравнение для исключения посторонних корней.

При решении уравнений полезен метод введения новой переменной.
При решении уравнений, содержащих переменную и в основании, и в показателе степени, используется метод логарифмирования.

Примеры.

1. $\log_{\sqrt[3]{4}}(x-1)=6$

$x-1>0$, $x>1$

По определению логарифма:

$x-1=(\sqrt[3]{4})^6$

$x-1=4^2$

$x=17$

Ответ: 17.

2. $\log_x 5\sqrt{5} - 1{,}25 = \log_x^2 \sqrt{5}$

$\log_x 5^{\frac{3}{2}} - \frac{5}{4} = \log_x^2 5^{\frac{1}{2}}$

$\log_x^2 5 - 6\log_x 5 + 5 = 0$

Пусть $\log_x 5 = y$, тогда

$y^2-6y+5=0$

$D=36-20=16$

$y_1=1$ или $y_2=5$

$\log_x 5=1$ или $\log_x 5=5$

$x^1=5$ или $x^5=5$

$x=5$ или $x=\sqrt[5]{5}$

Ответ: 5; $\sqrt[5]{5}$.

III. Логарифмические неравенства.

Определение. Неравенство, содержащее переменную только под знаком логарифма, называется логарифмическим неравенством.

$$\log_a f(x) > \log_a g(x)$$

Примеры.

1. $\log_3(x+2)>4$

$\log_3(x+2)>\log_3 3^4$, т.к. $a=3>1$, то переходим к системе неравенств:

$\begin{cases} x+2>81, \\ x+2>0, \end{cases}$ $\begin{cases} x>81-2, \\ x>-2, \end{cases}$ $\begin{cases} x>79 \\ x>-2 \end{cases} \Rightarrow x>79$, т.е. $x\in(79;+\infty)$

Варианты заданий практической работы

1 вариант

А1. Укажите промежуток, которому принадлежит**:**

$\log_3(3-2x)=3$

1) $(-\infty;-11)$ **;**2) $(-12;-1)$ **;** 3) $(-10;10)$ **;**

4) $(11;+\infty)$

А2. Найдите произведение корней уравнения:

$\lg(x^2-x)=1-\lg 5$

1) $2;$ 2) $25;$ 3) $50;$ 4) -2

А3. Решите неравенство:

$\log_2(2x+1)>\log_2(x-1)$

1) $(1;+\infty)$ 2) $(2;+\infty)$; 3) $(-2;+\infty)$; 4) $(-0{,}5;+\infty)$

А4. Решите неравенство: $\log_{0,3}(x-7)<0$

1) $(7;8)$; 2) $(-\infty;7)\cup(8;+\infty)$; 3) $(8;+\infty)$;

4) $(-\infty;7)$

В1. Решите уравнение: $\log_5 x^3-6=0$

В2. Решите уравнение:

$\log_4^2 x-3\log_4 x=3^{\log_3 4}$. В ответе укажите наименьший из корней данного уравнения.

В3. Найдите наибольшее целое значение x , удовлетворяющее неравенству: $\log_{\sqrt{3}}(x-5)-\log_3(x-5)<4$

С1. Решите систему уравнений**:**

$$\begin{cases} x+y=8 \\ \log_{12} x=1-\log_{12} y \end{cases}$$

2 вариант

А1. Укажите промежуток, которому принадлежит

$\log_6(5x-5)=2$

1) $(-8;8)$ **;**2) $(7;9)$ **;** 3) $(9;11)$ **;** 4 $(10;+\infty)$ **)**

А2. Найдите произведение корней уравнения:

$\log_6(2x^2-x)=1-\log_6 2$

1) 3 ; 2) -1 ; 3) $-1{,}5$; 4) -3

А3. Решить неравенство:

$\log_3(5x-1)$ ¿$\log_3(4x+3)$

1) $(-\infty;4)$; 2) $(-0{,}75;4)$; 3) $(0{,}2;4)$ 4) $(4;+\infty$

А4. Решить неравенство: $\log_{0,1}(x-3)>0$

1) $(3;4)$; 2) $(-\infty;4)$; 3) $(4;+\infty)$; 4) $(3;+\infty)$

В1. Решите уравнение: $\log_4 x^5+5=0$

В2. Решите уравнение:

$\log_3^2 x-\log_3 x=4^{\log_4 6}$. В ответе укажите наибольши уравнения.

В3. Найдите наименьшее целое значение x , удов неравенству: $\log_{\sqrt{5}}(4-x)+\log_{0,2}(4-x)<1$

С1. Решите систему уравнений**:**

$$\begin{cases} x+y=6 \\ \log_2 y=3-\log_2 x \end{cases}$$

Практическое занятие №42

Алгоритм решения системы уравнений

Решите систему уравнений способами алгебраического

сложения, подстановки, графическим и по формулам Крамера:

Варианты заданий практической работы

а) $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ x + 11y = 6 \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} 2x + y = \frac{1}{5} \\ 4x + 2y = \frac{1}{3} \end{cases}$

Решите систему уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 3x + 2y + z = 10 \\ 4x - 3y - 2z = 4 \end{cases}$$

Решите систему уравнений по формулам Крамера**:**

$$\begin{cases} (a+b)x - (a-b)y = 4ab \\ (a-b)x + (a+b)y = 2(a^2 - b^2) \end{cases}$$

4. При каком значении *a* система $\begin{cases} 2x - ay = 24 \\ 8x + 16y = 96 \end{cases}$ имеет бесконечно много решений**?**

Вариант 2.

Решите систему уравнений способами алгебраического сложения, подстановки, графическим и по формулам Крамера:

а) **б)** $\begin{cases} 3x - 4y = -11 \\ 2x - 2y = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x - y = \frac{1}{5} \\ 6x - 2y = \frac{2}{5} \end{cases}$

Решите систему уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 5x + y - 3z = -2 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \\ 2x - 3y + z = 17 \end{cases}$$

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} ax - by = a^2 + b^2 \\ bx + ay = a^2 + b^2 \end{cases}$$

При каком значении *a* система $\begin{cases} 4x + 3y = 124 \\ 2x + ay = 71 \end{cases}$ не имеет решений?

. Система линейных уравнений

Обычно уравнения системы записывают в столбик одно под другим и объединяют фигурной скобкой

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad \textbf{(1)}$$

Система уравнений такого вида, где a, b, c – числа, а x, y -

переменные, называется системой линейных уравнений.

При решении системы уравнений используют свойства, справедливые для решения уравнений.

2. Решение системы линейных уравнений способом подстановки

Рассмотрим пример $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 3y = -10 \end{cases}$

1) Выразить в одном из уравнений переменную. Например, выразим y в первом уравнении, получим систему**:**

$$\begin{cases} y = 3x - 7 \\ 2x + 3y = -10 \end{cases}$$

2) Подставляем во второе уравнение системы вместо y выражение 3x-7:

$$\begin{cases} y = 3x - 7 \\ 2x + 3 \cdot (3x - 7) = -10 \end{cases}$$

3) Решаем полученное второе уравнение:

$$\begin{cases} y = 3x - 7 \\ x = 1 \end{cases}$$

4) Полученное решение подставляем в первое уравнение системы**:**

$$\begin{cases} y = 3 \cdot 1 - 7 = -4 \\ x = 1 \end{cases}$$

Система уравнений имеет единственное решение: пару чисел *x=1, y=-4*. Ответ: *(1; -4)*, записывается в скобках, на первой позиции значение x, на второй - y.

3. Решение системы линейных уравнений способом сложения

Решим систему уравнений из предыдущего примера $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 3y = -10 \end{cases}$ методом сложения.

1) Преобразовать систему таким образом, чтобы коэффициенты при одной из переменных стали противоположными. Умножим первое уравнение системы на "3".

$$\begin{cases} 3x-y=7 \\ 2x+3y=-10 \end{cases} \Bigg| \cdot 3$$

$$\begin{cases} 9x-3y=21 \\ 2x+3y=-10 \end{cases}$$

2) Складываем почленно уравнения системы. Второе уравнение системы (любое) переписываем без изменений.

$$\begin{cases} 3x-y=7 \\ (2x+3y)+(9x-3y)=-10+21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-y=7 \\ 11x=11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-y=7 \\ x=1 \end{cases}$$

3) Полученное решение подставляем в первое уравнение системы:

$$\begin{cases} 3\cdot 1-y=7 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-4 \\ x=1 \end{cases}$$

Ответ: $(1;\ -4)$

№1.Решите систему уравнении методом подстановки $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ x+y=7 \end{cases}$	**подстано**
№2.Решите систему уравнений методом алгебраического сложения $\begin{cases} 3x^2+y^2=7 \\ x^2+2y^2=9 \end{cases}$	
№3.Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 3x+2y=12 \end{cases}$	**№3.Реши** **уравнени**
№4.Сумма квадратов сторон прямоугольника равна 45 см^2, а его периметр равен 18см. Найдите стороны прямоугольника.	**дите стор**
№5.Периметр прямоугольника равен 34 см, а его диагональ равна 13 см.Найдите стороны данного прямоугольника.	**оугольно**

$$\begin{cases} x^2-3y^2=4 \\ x+y=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+y=10 \\ x+3y=-3 \end{cases}$$

Практическое занятие №43

Системы логарифмических уравнений

Вариант 1

1) $\log_2(X+1)=3$

2) $\log_3(X^2-3)=\log_3 2X$

3) $\log_{X+1}(X^2+3X-7)=2$

4) $\log_{\frac{1}{5}}(5-2X)>-2$

5) $\log_3(X^2-X)\geq\log_3(X+8)$

Вариант 2

1) $\log_7(50X-1)=2$

2) $\log_3 X=\log_3(3X-1)$

3) $\log_{X-1} 8=1$

4) $\log_5(X-3)>2$

5) $\log_2(2X-3)<\log_2(X+1)$

Вариант 3

1) $\log_2 x=4$

2) $\ln(7x+2)=\ln(5x+20)$

3) $\log_x(x^2-2X+2)=1$

4) $\log_3(3X-1)>3$

5) $\lg(3x-7)\leq\lg(x+1)$

Вариант 4

1 $\log_3 x-\log_3 9)=0$

2) $\log_7(2X-3)=\log_7 x$

3) $(lg(x+1))^2+10=11lg(x+1)$

4) $\log_3(4+5x)\leq-1$

5) *lg(x–2) + lg(x-5) lg4*

Практическое занятие №44

Равносильность логарифмических уравнений и неравенств

1) $\log_{0,2}(3x-1)=-3$

2) $\log_3 x+\log_3(X+1)=\log_3(3+x)$

3) $\log_2(x^2+4X+3)=3$

4) $\log_4(2x+1)\frac{1}{2}$

5) $\log_{0,3}(2X-4)\geq\log_{0,3}(X+1)$

1) $\log_x 5=0,5$

2) $\log_2(x^2+3X)=\log_2 12x$

3) $(\log_5 x)^2-\log_{\sqrt{5}} x-3=0$

4) $\log_2(x-1)\leq-4$

5) $\log_{0,5}(4X-7)<\log_{05}(X+2)$

1) $\log_4(X+3)=3$

2) $\log_4(X+3)=3$

3) $\log_2 14x=\log_2 7+2$

4) $\log_3(X+7)<\log_3(5-X)$

5) $lgx+lg(x-1)\geq lg6$

1) $\log_{0.5}(3X-2)=-2$

2) $\log_4(X+3)+\log_{0,5}(14-X)=2$

3) $lg(x^2+x-6)-lg(x+3)=lg3$

4) $\log_3 x+\log_3(3+X)\log_3(X+24)$

5) $lg^2 x-lg\,x\leq 6$

Тема» Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей»

Цель: Знать формулы комбинаторики, теории вероятностей и уметь применять их при решении задач

Практическое занятие№45

Относительная частота события

Цель работы: подсчитать частоту появления гласных букв русского языка в произвольных текстах и выяснить основное свойство относительной частоты.

Задача 1. В лотерее из 1000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?

Задача 2. Из урны, в которой находятся 5 белых и 3 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.

Задача 3. Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 черных шаров, вынимают наудачу два шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

Задача 4. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.

Задача 5. В ящике находится 12 деталей, из которых 8 стандартных. Рабочий берет наудачу одну за другой две детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными

Задача 1. Найти вероятность того, что наудачу взятое число от 10 по 29 окажется кратным 3. Задача 2. Найти вероятность того, что наудачу взятое число от 10 по 29 окажется кратным 3 и 5. Задача 3. Из урны, в которой находятся 8 белых и 12 черных шаров, вынимают наудачу два шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

Практическое занятие№46

Относительная частота , свойство ее устойчивости

Цель работы**:** подсчитать частоту появления гласных букв русского языка в произвольных текстах и выяснить основное свойство относительной частоты.

Относительная частота события и статистическая вероятность

Относительная частота наряду с **вероятностью** является одним из ключевых понятий, но если **классическое определение вероятности** не требуют проведения испытаний, то относительная частота рассчитывается исключительно ПОСЛЕ опытов на основе фактически полученных данных

Относительной частотой события A называют отношение числа испытаний m, в которых данное событие появилось, к общему числу n фактически проведённых испытаний:

$W(A)=\frac{m}{n}$, или короче: $\omega=\frac{m}{n}$

1**.** В урне 6 черных, 5 красных и 4 белых шара. Последовательно извлекают три шара без возврата. Найдите вероятность того, что первый шар окажется черным, второй – красным и третий – белым.

2**.** Колю отпускают гулять при условии сделанных уроков с вероятностью 0,8. Папа выдает ему деньги на мороженое с вероятностью 0,6. С какой вероятностью Коля пойдет гулять без мороженого?

Пример 1. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам.

Пример 2. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Пример 3. Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

Пример 4. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

Практическое занятие№47

Статистическое определение вероятности.

Цели занятия: решение задач на расчет выборок, с применением элементов и формул комбинаторики, развитие самостоятельной мыслительной деятельности, вычислительных навыков, творческого мышления студентов.

1. Решите уравнение:

2. Сколькими способами могут разместиться пять человек вокруг круглого стола?

3. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1;2;5;8;9 так чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?

4. В бригаде из двадцати пяти человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?

5. В вазе с фруктами лежит 12 персиков и 9 слив. Сколькими способами можно выбрать 4 персика и 3 сливы?

Вопросы для самопроверки.

Что называется перестановкой из n элементов?

Какой смысл имеет запись n! ?

По какой формуле вычисляют число перестановок из n элементов?

Что называется размещением из n элементов по k?

По какой формуле вычисляют число размещений из n элементов по k?

Что называется сочетанием из n элементов по k?

По какой формуле вычисляют число сочетаний из n элементов по k?

Практическое занятие№48

Оценка вероятности события

Цель: Знать формулы комбинаторики, теории вероятностей и уметь применять их при решении задач.

1. Вероятность события *P(A)*	$P(A)=\frac{m}{n}$

1. Размещения	$A_n^k = n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)$	$A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$
1. Перестановки	$P_n = A_n^k = n!$ $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot n$	
1. Сочетания	$C_n^k = \dfrac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{k!}$	$C_5^3 = \dfrac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10$
1. Формула Бернулли	$P_{m,n} = C_n^m p^m q^{n-m}$, $q = 1-p$	

Варианты заданий практической работы

1. Решите уравнение: $A_x^3 = \frac{1}{20} \cdot A_x^4$

2. Бригадир должен отправить на работу бригаду из 3-х человек. Сколько таких бригад можно составить из 8 человек?

3. Брошена игральная кость. Найти вероятность:

а) появления четного числа очков;

б) появления не больше двух очков.

4. В партии из 15 деталей имеется 8 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наугад деталей 3 стандартные.

1. Решите уравнение: $30x = A_x^3$

2. Сколькими способами можно расставить 6 томов энциклопедии, чтобы они стояли в беспорядке?

3. В урне 5 белых и 10 черных шаров. Из урны наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется:
а) черным;
б) белым.
4. Первенство по футболу оспаривают 20 команд, среди которых 7 лидирующих. Путем жеребьевки команды распределяются на две группы по 10 команд в каждой. Какова вероятность попадания всех лидирующих команд в одну группу?

Тема «Уравнения и неравенства с параметрами»

Практическое занятие№49

Знакомство с параметром

Задачи с параметром у многих обучающихся вызывают затруднения. Зачастую бывает непонятно, с чего начать, какие приёмы использовать, какую последовательность рассуждений выбрать. Однако, решению и этих задач можно научиться, если составить некоторую классификацию методов и приёмов решения. Одним из таких методов является исследование функции, входящей в состав уравнения или неравенства. Рассмотрим наиболее важные свойства, которые позволят значительно упростить решение задач с параметром.

Пример 1. Найти все значения параметра а, для каждого из которых уравнение имеет хотя бы один корень: $27x^6 + (3a – 4x)^3 + 3x^2 + 3a = 4x$.

Ответ: $a \le 4/9$

Пример 2. Найти все значения параметра а, для каждого из которых уравнение имеет хотя бы один корень:

$Sin^{14}x + (a - 3sinx)^7 + sin^2x + a = 3sin\ x$.

Ответ: $-4 \le a \le 2$.

Пример3. Найти все значения параметра а, для каждого из которых любой корень уравнения принадлежит отрезку [1;3]:

$$4\cdot\sqrt[3]{3{,}5x-2.5}+3\log_2(3x-1)+2a=0$$

Ответ: $a\in\left[-\frac{17}{2};-\frac{7}{2}\right]$

Практическое занятие№50

Уравнения с параметрами

Цели:
систематизировать и обобщить знания о решении уравнения с параметром;
показать основные приемы решения таких уравнений.

Задача с параметром – это множество задач, каждая из которых получается из условия подстановкой конкретного значения параметра.
- Область допустимых значений параметра – это множество значений параметра, при подстановке которых получается задача, имеющая смысл.
- Решить задачу с параметром означает для любого допустимого значения параметра найти множество всех решений данной задачи.
- Рассматривать мы с вами будем задачи с параметром двух основных типов.
В задачах I типа требуется для каждого значения параметра решить задачу.
Для этого необходимо:

разбить ОДЗ параметра на части, на каждой из которых задачу можно решить одним и тем же способом;
на каждой из полученных частей решить задачу.
В задачах II типа требуется найти все значения параметра, при которых выполнены те или иные заданные условия.
- Ответ в задаче с параметром – это описание множества ответов к задачам, полученных при конкретных значениях параметра.

1) Решить уравнение а (а – 1) = а – 1.

Решение. Перед нами линейное уравнение, имеющее смысл при всех допустимых значениях а. Будем решать его «как обычно»: делим обе части уравнения на коэффициент при неизвестном. Но всегда ли возможно деление?

Нет.
Делить на ноль нельзя. Придется рассмотреть отдельно случай, когда коэффициент при неизвестном равен о. Получим:

а = 1, тогда уравнение примет вид $0 \cdot x = 0$, где х – любое число;

а = 0, тогда $0 \cdot x = -1$ – уравнение корней не имеет;

а $\neq 0$, а $\neq 1$, тогда $a(a-1) \cdot x = a - 1 \Leftrightarrow$ х = $\frac{a-1}{a(a-1)} \Leftrightarrow x = \frac{1}{a}$.

Ответ: 1) если а $\neq 0$, а $\neq 1$, то х = $\frac{1}{a}$;

2) если а = 1, то х – любое число;

3) если а = 0, то корней нет.

1) Решите уравнение: $0 \cdot x = a$

Ответы: а) при $a \neq 0$, х = 1, при а = 0, х $\in$ R

б) при а = 0, х $\in$ R, при $a \neq 0$ корней нет

в) при а = 0 нет корней, при $a \neq$ х = $\frac{1}{a}$

2) Решит уравнение: $(в - 2) \cdot x = 5 + в$.

Ответы:

а) при в = 2 нет корней; при в $\neq 2$, х = $\frac{в+5}{в-2}$;

б) при в = -2 нет корней, при в $\neq -2$ х = $\frac{в-2}{в+5}$

в) при в = -1 нет корней, при а $\neq$ - 1 $x = \frac{3-в}{в+1}$

3) При каких значениях параметра с уравнение имеет бесконечное множество решений?

$c \cdot (c + 1) \cdot x = c^2 - 1$.

Ответ: а) при с = -1, х $\in$ R,

б) при с = 2, х $\in$ R,

в) при с = - 1, х $\in$ R,

4) При каких значениях параметра m уравнения не имеет решений?

$\frac{x+5}{x-4} = \frac{m+2}{x-4}$.

Ответы: а) при m = 6 нет корней;

б) при m = 7 нет корней;

в) при m = 8 нет корней.

Практическое занятие№51

Уравнения с параметрами

1) Решите уравнение $(в + 1) \cdot x = 3 - в$.

Ответы:

а) при в = 2 нет корней; при в $\neq 2$, х = $\frac{в+5}{в-2}$;

б) при в = -2 нет корней, при в ≠-2 х = $\frac{в-2}{в+5}$

в) при в = -1 нет корней, при а ≠ - 1 $x = \frac{3-в}{в+1}$

2) При каких значениях параметра с уравнение имеет бесконечное множество решений?

$(c^2 - 4)\cdot x = (c - 2)\cdot(c + 1)$.

Ответ: а) при с = -1, х ∈ R,

б) при с = 2, х ∈ R,

в) при с = - 1, х ∈ R,

3) При каких значениях параметра m уравнения не имеет решений?

$\frac{x}{x-5} = \frac{m-3}{x-5}$.

Ответы: а) при m = 6 нет корней;

б) при m = 7 нет корней;

в) при m = 8 нет корней.

4) Решить уравнение $\frac{a}{2a-x} = 4$.

Ответы:

а) при а = 0 нет корней, при а ≠ 0 х = $\frac{a}{4}$;

б) при а = 0 нет корней, при а ≠ 0 х = $\frac{7-a}{4}$;

в) при а = 0 нет корней, а ≠ 0 х = - 2а.

Практическое занятие№52

Простейшие неравенства с параметром

Для каждого значения параметра *а* решите неравенство:

а Ответ: при $a>3, x\in[3;a]$; при $a=3, x=3$; при $a<3, x\in[a;3]$) $(x-3)(x-a)\le 0$

2) $\frac{x-3}{x-a}\le 0$

Ответ: при $a>3, x\in[3;a)$; при $a=3, x\in\varnothing$; при $a<3, x\in(a;3]$

3) $\frac{1}{x}-ax<0$

Ответ: при $a\le 0$, $x<0$; при $a>0$, $x\in\left(-\frac{1}{\sqrt{a}};0\right)\cup\left(\frac{1}{\sqrt{a}};+\infty\right)$

4 Ответ: при $a>0$, $x\in\left(-a;-\frac{a}{2}\right)\cup(0;+\infty)$; при $a=0$, $x\in(0;+\infty)$; при $a<0$, $x\in\left(0;-\frac{a}{2}\right)\cup(-a;+\infty)$

) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+a}>0$

5) $\frac{1}{x}>\frac{2}{x-a}$

Ответ при $a<0$, $x\in(-\infty;a)\cup(0;-a)$; при $a=0, x\in(-\infty;0)$; при $a>0, x\in(-\infty;-a)\cup(0;a)$

Практическое занятие№53

Простейшие неравенства с параметром

Решить неравенство с параметром — значит для каждого значения параметра найти множество всех решений данного неравенства или доказать, что решений нет.

1. Уравнение

$ax + b = cx + d,$

где a, b, c, d □ **R**, сводится к линейному уравнению (1):

$ax + b = cx + d$ □ $(a - c)x + (b - d) = 0,$

или

$ax + b = cx + d$ □ $(a - c)x = d - b.$

Замечание 2. Уравнение

$(ax + b)(cx + d) = 0$

где a, b, c, d □ **R**, сводится к совокупности линейных уравнений

$$\left[\begin{array}{l} ax + b = 0, \\ cx + d = 0. \end{array}\right.$$

1. Решить уравнения

a) $\frac{3x}{2} - 3 = \frac{x}{3} + 4$,   c) $-x + 2 = 2 - x$,

b) $2x + 1 = 2x + 3$,   d) $(2x + 4)(3x - 1) = 0$.

Пример 2. Решить уравнения

a) $ax = 1$;   e) $\frac{(x-a)(2x+a)}{(x+1)(x-2)} = 0$;

b) $a^2x - 1 = x + a$;   f) $\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = c$;

c) $ax + b = cx + d$;   g) $\frac{2}{5x-a} = \frac{3}{ax-1}$.

d) $\frac{x-2a}{x-4}=0$;

Пример 3. Решить уравнения

a) $|x - a| = 2$;   c) $|x - a| + |x - 2a| = a$;
b) $|x| + |x - a| = 0$;   d) $|x - 1| + |x - 2| = a$.

Практическое занятие№54

Простейшие уравнения и неравенства с параметром

Неравенства вида

$$ax + b > 0, \quad ax + b \geq 0, \quad ax + b < 0, \quad ax + b \leq 0, \qquad (2)$$

где $a, b \in \mathbf{R}$, x - переменная, называются неравенствами первой степени (линейными неравенствами).

Поскольку все неравенства (2) решаются аналогично, приведем решение лишь первого из них: $ax + b > 0$. Рассмотрим следующие случаи:

$a > 0$, тогда

$ax + b > 0 \;\Leftrightarrow\; ax > -b \;\Leftrightarrow\; x > -{}^{b}/_{a}$

и, следовательно, множество решений неравенства $ax + b > 0$ $(a > 0)$ есть $(-{}^{b}/_{a};+\infty)$;

$a < 0$, тогда

$ax + b > 0 \;\Leftrightarrow\; ax > -b \;\Leftrightarrow\; x < -{}^{b}/_{a}$

и, следовательно, множество решений неравенства $ax + b > 0$ $(a < 0)$ есть $(-\infty;-{}^{b}/_{a})$;

$a = 0$, тогда неравенство примет вид $0\cdot x + b > 0$ и для $b > 0$ любое действительное число есть решение неравенства, а при $b \leq 0$ неравенство не имеет решений.

Варианты заданий практической работы

Пример 1. Решить неравенства

a) $3x + 6 > 0$;   c) $2(x + 1) + x < 3x + 1$;
b) $-2x + 3 \geq 0$;   d) $3x + 2 \geq 3(x - 1) + 1$.

Пример 2. Решить неравенства

a) $ax \leq 1$;
b) $|x - 2| > -(a - 1)^2$;
c) $3(4a - x) < 2ax + 3$;
d) $abx + b > ax + 3$;

e) $\dfrac{3x+4}{a^2-1} - \dfrac{2x+1}{a-1} \le \dfrac{x}{a+1}$;

f) $ax + b > cx + d$;

g) $x + \dfrac{b(2-x)}{2a} > \dfrac{a(x+2)}{2b}$.

Пример 3. Решить неравенства

a) $|x + a| + |x - 2a| < 4a$; c) $|x + a| > 2$;

b) $|x + a| < |a|x$; d) $|x - a| \le a$.

2. Решить уравнение с параметром:

а) $ax + 2 = -5$;

б) $-3ax = 4$;

в) $a\sqrt[5]{x} - 5 = 0$;

г) $\frac{2x+a}{x-4} = 0$;

3. Решить неравенство с параметром:

а) $-4ax \le 5$

б) $a\sqrt{x} > \frac{2}{7}$

в) $\frac{ax+1}{x+3} \ge 0$

г) $a + \sqrt[5]{x} = 1$

Тема»Решение систем уравнений и неравенств»

Практическая работа 55

Тема Решение задач. Уравнения и неравенства

.Ц ель: Отработать навыки решения различных видов тригонометрических уравнений

$\sin x = a$	ри $\lvert a\rvert \le 1$ $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k$, $k \in z$ при $\lvert a\rvert > 1$ - решений нет
$\cos x = a$	при $\lvert a\rvert \le 1$ $x = \pm\arccos a + 2\pi n$, $n \in z$ при $\lvert a\rvert > 1$ - решений нет
$tgx = a$	a - любое число $x = arctga + \pi k$, $k \in z$ -
$ctgx = a$	a - любое число $x = arcctga + \pi k$, $k \in z$

Примеры решения тригонометрических уравнений.

1. $8\sin^2 x + 6\cos x - 3 = 0$,

$8(1-\cos^2 x) + 6\cos x - 3 = 0$,

2. $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$

т.к. если $\cos x = 0$, то и $\sin x = 0$, а этого быть не может.

$8\cos^2 x - 6\cos x - 5 = 0$

Пусть $\cos x = t$, тогда

$8t^2 - 6t - 5 = 0$

$D = 36 + 160 = 196$

$t_1 = \frac{6+14}{16} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$

$t_2 = \frac{6-14}{16} = -\frac{8}{16} = -\frac{1}{2}$

$\cos x = -\frac{1}{2}$ и $\cos x = \frac{5}{4}$

$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, решений нет,

$k \in Z$ т.к. $\frac{5}{4} > 1$

Ответ: $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in Z$.

Делим обе части уравнения на $\cos x$:

$tgx - \sqrt{3} = 0$,

$tgx = \sqrt{3}$

$x = arctg\sqrt{3} + \pi k$, $k \in Z$

$x = \frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in Z$

Ответ: $\frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in Z$

Варианты заданий практической работы

1. Решите уравнения:

а) $\sin x = \frac{1}{2}$; б) $\cos\frac{x}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $ctg2x = 2$; г) $tg\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $2\sin^2 x - 5\sin x - 3 = 0$; б) $2\,tgx + 2\,ctgx = 5$

3. Решите уравнение методом разложения на множители:

а) $5\sin x + 3\sin 2x = 0$; б) $\sin 7x - \sin x = 0$

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$; б) $\sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos x + 2\cos^2 x = 0$

Практическая работа 56

Тема Решение задач. Уравнения и неравенства

1. Решите уравнения:

а) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $tg2x = -\sqrt{3}$; г) $ctg\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$; б) $3\,tgx - 3\,ctgx = 8$

3. Решите уравнение, методом разложения на множители:

а) $7\cos x - 4\sin 2x = 0$; б) $\cos 5x + \cos x = 0$

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin x - \cos x = 0$; б) $3\sin^2 x + 4\sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0$

Практическая работа 57

Тема Решение задач. Уравнения и неравенства

Задание: решить уравнение.

1. $4^{4x-17} = 64$
2. $5^{2x-8} = 25$
3. $0,25^{3x-10} = 4$
4. $2^{5x-4} = 16^{x+3}$
5. $3^{5x+2} = 81^{x-1}$
6. $0,04\left(0,2\right)^{x-4} = 5^x$
7. $\left(\frac{5}{8}\right)^{3x-7} = \left(\frac{8}{5}\right)^{7x-3}$
8. $3^x = 27 \cdot \sqrt[4]{9}$
9. $4^{2x} - 3 \cdot 4^x - 4 = 0$
10. $2^{2x} - 14 \cdot 2^x - 32 = 0$
11. $3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$
12. $\left(\frac{1}{16}\right)^x - 2\left(\frac{1}{4}\right)^x + 1 = 0$
13. $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$
14. $3 \cdot 2^{x+3} - 2^{x+4} = 4$
15. $3^{x+1} + 2 \cdot 3^{x+2} = 21$
16. $5^{2x} + 5^{-2x} = 2$
17. $6^{2x} + 6^{-2x} = 2$
18. $2 \cdot 4^x - 3 \cdot 10^x = 5 \cdot 25^x$
19. $3^{x^2-3x} = 27^{x^2-3x}$
20. $17^{x^2-9} = 29^{x^2-9}$

Задание: решить систему уравнений.

21. $\begin{cases} 2^{x-3y} = 16 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$
22. $\begin{cases} 64^{x-3y} = 8 \\ 12x + y = 2 \end{cases}$
23. $\begin{cases} 4 \cdot 11^x + y = 48 \\ 11^x + 4y = 27 \end{cases}$
24. $\begin{cases} 3 \cdot 5^x + y = 78 \\ 5^x - 3y = 16 \end{cases}$
25. $\begin{cases} 2^x - 4 \cdot 2^y = -62 \\ 3 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^y = 70 \end{cases}$
26. $\begin{cases} 3^x + 3 \cdot 3^y = 54 \\ 4 \cdot 3^x - 3 \cdot 3^y = 81 \end{cases}$
27. $\begin{cases} 4x + 3 \cdot 4^y = 28 \\ x - y = 1 \end{cases}$
28. $\begin{cases} 3^x - 4 \cdot 3^y = 69 \\ x - y = 3 \end{cases}$
29. $\begin{cases} y^2 = 4^x + 2 \\ 2^{x+2} + 2y + 1 = 0 \end{cases}$
30. $\begin{cases} 2^x + 3^y = 12 \\ 2^y + 3^x = 18 \end{cases}$

Практическая работа 58

Тема Решение задач. Уравнения и неравенства

Задание: решить неравенство.

1. $\frac{x-1}{x(x-3)}>0$

2. $\frac{4-9x^2}{10-x}\ge 0$

3. $\frac{3x-12x^2}{x+4}<0$

4. $\frac{a(4a-11)}{a-7}\le 0$

5. $\frac{x^2-3x+2}{6+3x}>0$

6. $\frac{8x^2-2x-1}{x}\le 0$

7. $\frac{(x+5)(x-6)}{6x+1}\le 0$

8. $\frac{x^2-14x+48}{x+7}>0$

9. $\frac{x-5}{x^2+7x}\le 0$

10. $\frac{(x-5)(2x+7)}{4-x}\ge 0$

11. $\frac{3b^2-27}{2b+7}<0$

12. $\frac{x^2-19x+84}{2(x-5)}>0$

13. $\frac{x^2-5x+6}{x^2-12x+35}>0$

14. $\frac{|t-2|}{t^2-5t+4}\le 0$

15. $\frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(2x-1)(x+4)(3-x)}\le 0$

16. $\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x+3}>\frac{3}{x+2}$

Задание: решить систему неравенств.

17. $\begin{cases} x^2+5x+5>11 \\ x^2+5x+5<19 \end{cases}$

18. $\begin{cases} 5x>x \\ 25x^2>16 \end{cases}$

19. $\begin{cases} 7x>x^2 \\ 16x^2<9 \end{cases}$

20. $\begin{cases} 5x^2-2x+1\le 0 \\ 2(x+3)-(x-8)<4 \end{cases}$

21. $\begin{cases} 35-2t-t^2>0 \\ 5x+1\le -1-5x \end{cases}$

22. $\begin{cases} 0,4x-1\le 0 \\ 2,3x\ge 4,6 \end{cases}$

23. $\begin{cases} \frac{5}{6}z-10\le 0 \\ 3z\le \frac{1}{3} \end{cases}$

24. $\begin{cases} 5x-7>-14+3x \\ -4x+5>29+2x \end{cases}$

25. $\begin{cases} 4x+2\ge 5x+3 \\ 2-3x<7-2x \end{cases}$

26. $\begin{cases} 5x-10>15 \\ x^2+x-6\le 0 \end{cases}$

27. $\begin{cases} x^2+4x+3\le 0 \\ 2x^2+5x<0 \end{cases}$

28. $\begin{cases} \frac{x^2-9}{x}\ge 0 \\ 2x-1\ge 0 \end{cases}$

29. $\begin{cases} \frac{(x-2)(x+3)}{x(x+7)}<0 \\ 20x\ge 20 \end{cases}$

30. $\begin{cases} |3+x|\ge 6 \\ |2x+5|\ge 11 \end{cases}$

Задание 3.1

«Прямоугольная система координат в пространстве»

1.Найдите координаты проекций точки А(1,-3,5) на:

а) плоскость ху; б)плоскость уz; в)плоскость хz; г)ось х; д) ось у; е)ось z.

2.Докажите, что четырехугольник АВСД с вершинами А(3,5,4), В(5,0,2), С(1,1,-2), Д(-1,6,0) является ромбом.

3.Даны три вершины А(2,1,3), С(-2,1,5), Д(-1,2,1) параллелограмма АВСД. Найдите координаты четвертой вершины В.

4.Даны вершины треугольника А(7,1,-5), В(4,-3,-4), С(1,3,-2). Докажите, что он равнобедренный.

1.Найдите координаты проекций точки А(-1,3,5) на:

а) плоскость ху; б)плоскость уz; в)плоскость хz; г)ось х; д) ось у; е)ось z.

2.Докажите, что четырехугольник АВСД с вершинами А(2,1,2), В(4,-4,0), С(0,-3,-4), Д(-2,2,-2) является ромбом.

3.Даны три вершины А(1,-2,7), В(2,3,5), Д(-1,3,6) ромба АВСД. Найдите координаты четвертой вершины С.

4.Даны вершины треугольника А(-2,0,1), В(8,-4,9), С(-1,2,3). Вычислите длину медианы, проведенной из вершины С.

«Скалярное произведение векторов»

Вариант 1.

1. Дан квадрат ABCD. Найдите угол между векторами $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{DA}$.

2. Найдите скалярный квадрат вектора $\vec{c} = 7\vec{i}$.

3. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 14$,

$(\widehat{\vec{a}\vec{b}}) = 60^\circ$.

4. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $\vec{a}\{4; -2; 3\}$ $\vec{b}\{-1; -2; 5\}$.

5. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - куб, ребро которого равно 1. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AD_1}$ и $\overrightarrow{BC}$.

6. Вычислите угол между прямыми AB и CD, если A($\sqrt{3}$; 1; 0), C(0; 2; 0)

B(0; 0; 2$\sqrt{2}$), D($\sqrt{3}$; 1; 2$\sqrt{2}$).

1. Дан квадрат ABCD. Найдите угол между векторами $\overrightarrow{CA}$ и $\overrightarrow{BC}$.

2. Найдите скалярный квадрат вектора $\vec{c} = 6\vec{j}$.

3. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 4$,

$(\widehat{\vec{a}\vec{b}}) = 120^\circ$.

4. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $\vec{a}\{2; -1; 3\}$ $\vec{b}\{-2; 2; 3\}$.

5. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - куб, ребро которого равно 1. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{BA_1}$ и $\overrightarrow{CD}$.

6. Вычислите угол между прямыми AB и CD, A(6; -4; 8), C(12 ; -6 ; 4),

B(8; -2; 4), D(14; −6; 2).

Вариант 1

Сечением шара плоскостью является:

а) овал;

б) квадрат;

в) окружность;

г) круг.

Два шара радиусами $\sqrt[3]{19}$ см и 2 см переплавили в один шар. Найдите диаметр полученного шара.

Площадь сферы равна 5π см^2. Длина линии пересечения сферы и секущей плоскости равна π см. Найдите расстояние от центра сферы до секущей плоскости.

Площадь сечения шара плоскостью в 8 раз меньше площади поверхности шара. Найдите расстояние от плоскости сечения до центра шара, если радиус шара равен $5\sqrt{2}$ см.

Металлический шар радиуса R переплавили в конус, площадь боковой поверхности которого в 2 раза больше площади его основания. Найдите высоту конуса.

Вариант 2

Сечением сферы плоскостью является:

а) овал;

б) квадрат;

в) окружность;

г) круг.

Два шара радиусами $\sqrt[3]{37}$ см и 3 см переплавили в один шар. Найдите диаметр полученного шара.

Площадь сечения шара плоскостью равна 80π см^2. Секущая плоскость удалена от центра шара на 8 см. Найдите площадь шара.

Площадь сечения шара плоскостью в 16 раз меньше площади поверхности шара. Найдите расстояние от плоскости сечения до центра шара, если радиус шара равен 2 см.

Квадрат площади боковой поверхности медного конуса вдвое больше квадрата площади основания конуса. Высота конуса равна Н. Конус

переплавлен в шар. Найдите радиус шара

2.2. Задания для промежуточной аттестация

Задания для проведения

аттестации студентов ПОО в письменной форме по дисциплине: «Математика» в 2021 - 2022 учебном году

Вариант 1

1. Упростите выражение и найдите его значение ((a+3b)/(a^2-3ab)-1/a) : b/(3b-a)

при а = 7,5, b = √3-5

2. Сократите дробь (〖(3x)〗^2·x^(-8))/(x^(-12)· 〖4x〗^6)

3. Вычислите значение выражения log_3 log_2 2^3-1

4. Решите уравнение √(x^2-x-1)=1

5. Найдите область определения функции у = √(3^(4x-5)-81)

6. Найдите точки экстремума функции f(x) = 〖3x〗^3+ 〖9x〗^2+5x+4

7. Решите уравнение 〖2cos〗^2 x-sin⁡〖x+1=0〗

8. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями y = x^2+1, x = - 1,

x = 2, y = 0

9. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10 см, а один из катетов равен 4 см. Найдите проекцию другого катета на гипотенузу

10. Осевое сечение цилиндра – квадрат. Диагональ осевого сечения 8 см. Найдите объём цилиндра

Критерии оценивания:

5 (отлично) – любые правильно выполненные 8 заданий, два из которых геометрические задания;

4 (хорошо) - любые правильно выполненные 7 заданий, одно из которых геометрическое задание;

3 (удовлетворительно) - любые правильно выполненные 5 заданий,

2 (неудовлетворительно) - менее 5 выполненных заданий

3. Рекомендуемая литература и иные источники

Александров А.Д. Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10 класс : учеб.для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – М. : Просвещение, 2019. – 271 с.

Александров А.Д. Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 11 класс : учеб.для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – М. : Просвещение, 2019. – 272 с.

Башмаков М.И. Математика. Задачник : учеб.пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 4-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия» , 2019. – 416 с.

Башмаков М.И. Математика : учебник для студ. учреждений сред.проф. образования / М.И. Башмаков. – 9-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2019. – 256 с.

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учеб.для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М. : Просвещение, 2019. – 431 с.

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10–11 классы : учеб.для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]. – М. : просвещение, 2019. – 255 с.

Пратусевич М.Я. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учеб.для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин. – М. : Просвещение, 2019. – 415 с.

Пратусевич М.Я. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учеб.для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин. – М. : Просвещение, 2019. – 463 с.